Miéville et l'école de Neuchâtel : ressources interprétatives

Argumentum. Journal of the Seminar of Discursive Logic, Argumentation Theory and Rhetoric 18 (1): 23-44, 2020

Jean-Pierre DESCLÉS[1]
Sorbonne Université (France)

De l'École polonaise à la logique naturelle en passant par les types fonctionnels de Church

From the Polish School to the Natural Logic through the Functional Types of Church

Abstract: The Polish School used various types of units (linguistic and logical), these types being functional types of Church, whose instances are operators applied to operands. Several models use Simple and Extended Categorial Grammars. There is a convergence between, on the one hand, natural logic and on the other hand, linguistic analyses by operators of Grammar of Applicative, Cognitive and Enonciative operations (GRACE) and the analysis of categorization by Logic of Determining Objects (LDO). The study of this convergence in the framework of Combinatory Logic can contribute to go beyond the horizon of classical logic.

Keywords: Natural logic, functional types of Church, Categorical Grammar, Combinatory Logic, applicative system

1. Introduction des types en logique : Frege et Russell

G. Frege a contribué à faire sortir la pensée logique du seul domaine aristotélicien de la syllogistique, largement exposé et exploité par la logique médiévale, avec cependant quelques innovations ultérieures comme par exemple, la distinction entre intension (ou compréhension) et l'extension (ou étendue) d'une « idée », exposée, entre autres, par la *Logique de Port Royal* d'Arnauld et Nicole[2], ou encore avec

[1] Professeur émérite (chaire : informatique et sciences humaines) à la Sorbonne ; équipe de recherche : STIH (Sens, Textes, Informatique, Histoire).
[2] Voir par exemple (Le Guern 2003).

l'introduction par G. Boole d'un calcul algébrique de classes. Cette pensée vraiment nouvelle de la logique a été rendue possible par une mathématisation de la notion de prédicat (unaire) ; dans le contexte de l'analyse des fonctions numériques des variables réelles de la fin du XIXème siècle, G. Frege (1893/1967) pense, analyse et représente un « concept » (ou un prédicat unaire comme '*est un cercle*') par une fonction non numérique qui s'établit entre un domaine D d'objets individuels et l'ensemble des deux valeurs de vérité {Vrai, Faux} : si le prédicat 'f' associe la valeur 'Vrai' à un objet x de D, l'objet 'x' est dit « être tombé sous le concept » ou, en d'autres termes, le concept 'f' s'applique à l'objet 'x' avec la valeur 'Vrai', d'où la relation [f(x) = Vrai] ; dans le cas contraire, le concept 'f' ne s'applique pas à l'objet x et alors [f(x) = Faux] ; l'extension Ext[f] d'un concept 'f' est le parcours des objets auxquels s'applique 'f', c'est-à-dire, en notant par '@' l'opération d'application $\{x \in D ; f @ x = \text{Vrai}\}$. Une sérieuse difficulté a cependant surgi avec la propriété conceptuelle F de la « non auto-applicabilité d'une propriété conceptuelle f quelconque», définie par $[F =_{def} \neg (f @ f)]$, où '$\neg$' est l'opérateur de négation. En effet, si la question « la propriété 'F' est-elle auto-applicative ou est-elle non auto-applicative ? » est légitime, la réponse conduit, dans l'examen de ses deux alternatives, à la contradiction $[F @ F <=> \neg (F @ F)]$. Pour sortir de cette difficulté logique, B. Russell a formulé des contraintes, notamment en interdisant l'application d'une propriété à elle-même. Selon la hiérarchie des types qu'il a proposée, les objets individuels sont de type o, les propriétés conceptuelles sont de type 1 et s'appliquent uniquement aux objets de type o, les opérateurs applicables aux expressions de type 1 sont de type 2, etc. Dans ce contexte russellien, les expressions auto-applicatives 'f @ f', 'F' et 'F @ F' sont mal formées car, pour Russell, elles seraient « sans signification » et donc en dehors du champ d'étude de la logique.

H. B. Curry (Curry 1958, 4-5,177-179 ; Desclés et al. 2016 a : 175-199)[3] a critiqué la position de Russell car, pour lui, la logique se doit d'examiner comment certaines constructions deviennent paradoxales ; il constate qu'une expression comme « l'auto-application de la non auto-application » n'a pas le statut de proposition car elle est un point fixe de l'opérateur de négation '$\neg$' puisque $[F @ F = \neg (F @ F)]$; or, cette situation de point fixe est courante en mathématiques, aussi H.B. Curry en tire-t-il les conséquences qui s'imposent pour la logique en développant la

[3] Voir (Curry 1958, 4-5 ; 177-179); (Desclés et al. 2016 a, 175-199).

Logique Combinatoire[4], une logique d'opérateurs quelconques composables et transformables par des opérateurs abstraits, appelés combinateurs. Pour surmonter les difficultés logiques engendrées par les expressions paradoxales, H.B. Curry et A. Church ont, par ailleurs, défini des systèmes de types fonctionnels dont les instances sont des opérateurs dont l'application est restreinte à certains types d'opérandes (Curry 1934; Church 1941). Quant au philosophe-logicien S. Leśniewski, il a développé la protothétique, l'ontologie et la méréologie[5] dans le cadre de l'École polonaise de logique, en se différenciant, sur de nombreux points, du programme de recherche ancré sur la théorie cantorienne des ensembles et sur les *Principia Mathematica* de A. Whitehead et B. Russell. Il a analysé en profondeur ces conceptualisations mais il se méfiait d'une logique purement symbolique qui ne s'appuierait pas sur des fondements intuitifs ; il a été ainsi amené à devoir remonter vers l'examen des notions primitives de base et à définir des types sémantiques et un calcul sur ces types sémantiques.

2. Notions de type et d'opérateur

La notion de type est beaucoup plus complexe qu'un simple regroupement ensembliste. Beaucoup de langages de programmation (par exemple HASKELL) fonctionnent avec des entités et des expressions de différents types explicites. Le type déclaré (nombre entier positif ou relatif, ou rationnel, nombre réel, booléen, symbole alpha-numérique, liste ordonnée, vecteur, arborescence doublement orientée …) d'une entité donne une information qui précise ses caractéristiques et celles de toutes les entités de même type, en particulier ses modes de construction et de décomposition, les opérations internes et externes où elle peut intervenir, les entités singulières qui sont des entités exceptionnelles (c'est le cas, par exemple, de la division par 0 jugée impossible pour le type des nombres réels). Chaque instance d'un type donné hérite globalement de toutes les caractéristiques déclarées par son type.

Un opérateur, comme '*faire la somme de*' possède des propriétés spécifiques, comme l'associativité ou la commutativité de la somme ou du produit, indépendantes des types particuliers de leurs opérandes potentiels ; cela signifie que l'opérateur abstrait '*faire la somme de*' engendre des *opérations d'addition* exécutables dans différents ensembles

---

[4] Sur la logique combinatoire, voir (Curry et al. 1958, 1972), (Hindley & Seldin 2008), (Desclés et al. 2016 a) avec des applications à la linguistique dans (Desclés et al. 2016 b)
[5] Voir (Miéville 1984, 1997 a, 1999 a), (Lesniewski 1992), (Vernant 2018, 209-243).

d'opérandes du type 'entier-positif', ou du type 'entier-relatif', du type 'nombre-réel', ou encore du type 'vecteur'… ; pour ces différents types d'opérandes, ces opérations sont toutes associatives et commutatives. De même, l'opérateur '*faire le produit de*', engendre diverses *opérations de multiplication* sur des ensembles d'opérandes d'un même type. D'une façon générale, un *opérateur* est un dispositif formel de construction de *résultats* (des « sorties ») obtenus à partir d'*opérandes* donnés (des « entrées ») de domaines spécifiés[6]. La notion d'opérateur est plus abstraite que celle d'opération, cette dernière étant définie par une fonction qui met en relation chaque opérande (un argument de la fonction) appartenant à un ensemble déterminé, avec un résultat (l'image de l'argument) d'un ensemble également déterminé.

3. Types fonctionnels de Church

A. Church a défini un *système de types fonctionnels* engendré à partir d'un ensemble **S** de types de base (ou sortes), défini comme suit :

[$\mathbf{F_1}$] les types de base de **S** sont des types fonctionnels ;
[$\mathbf{F_2}$] si α et β sont des types fonctionnels, alors $\underline{\mathbf{F}}\alpha\beta$ est un type fonctionnel.

Une entité du type fonctionnel '$\underline{\mathbf{F}}\alpha\beta$' est un opérateur qui s'applique uniquement aux opérandes de type α, et construit un résultat de type β. La notation [u : <u>*type*</u>] désigne l'assignation d'un <u>*type*</u> à une instance u. L'application d'un opérateur 'f' à un opérande 'x' dont le résultat est 'f @ x', noté plus simplement par 'f(x)' ou encore par 'fx', est exprimé par un *schème applicatif* analogue à *modus ponens* ($p \Rightarrow q,\ p \vdash q$)[7] :

$$[f : \underline{\mathbf{F}}\alpha\beta]\ ,\ [x : \alpha]\ \vdash\ [fx : \beta]$$

On ajoute généralement au types fonctionnels le « type cartésien » et le « principe de Curryfication » (ou de Schönfinkel-Curry) (Desclés et al. 2016 a, 209-212), définis par les règles :

---

[6] Sur la distinction opération *versus* opérateur, voir : (Desclés 1981 a, b); (Desclés 2009); (Desclés et al. 2016 b, 128-148).

[7] L'analogie entre types et propositions (Desclés et al. 2016 a, 239) s'appelle « correspondance de Curry-Howard » ; elle joue un rôle important dans la théorie des démonstrations.

> **[$\mathbf{F_3}$]** Si $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ sont des types fonctionnels, alors $\alpha_1 \text{ x } \alpha_2 \text{ x } \ldots \text{ x } \alpha_n$ est également un type fonctionnel, appelé « type cartésien ».
>
> **[$\mathbf{F_4}$]** Il y a une bijection entre les types fonctionnels (pour chaque n > 1) :
> $\underline{\mathbf{F}}\,(\alpha_1 \text{ x } \alpha_2 \text{ x } \ldots \text{ x } \alpha_n)\,\beta \;\cong\; \underline{\mathbf{F}}\,\alpha_1\,\underline{\mathbf{F}}\,\alpha_2 \ldots \underline{\mathbf{F}}\,\alpha_n\,\beta$

La bijection de [$\mathbf{F_4}$] entre types fonctionnels signifie qu'à un opérateur n-aire f_n de type fonctionnel $\underline{\mathbf{F}}(\alpha_1 \text{ x } \alpha_1 \text{ x } \ldots \text{ x } \alpha_1)\,\beta$, correspond un opérateur unaire f_n^1 qui construit, à partir d'un opérande x_1 de type α_1, un opérateur f_{n-1}^2 de type $\underline{\mathbf{F}}\,\alpha_2 \ldots \underline{\mathbf{F}}\,\alpha_n\,\beta$. Ainsi, un opérateur n-aire se voit associer bijectivement un opérateur unaire. Le principe de curryfication permet ainsi de n'opérer qu'avec des opérateurs unaires qui construisent d'autres opérateurs. Remarquons que dans la théorie des ensembles, la propriété de curryfication est vérifiée. Prenons, à titre d'exemple, trois ensembles E_1, E_2 et E_0 ; à chaque fonction f_2 de l'ensemble $Ens(E_1 \text{ x } E_2, E_0)$ de toutes les fonctions du produit cartésien $E_1 \text{ x } E_2$ dans E_0, correspond une et une seule fonction f_1^1 de $Ens\,(E_1, Ens(E_2, E_0))$ de toutes les fonctions de E_1 dans l'ensemble de toutes les fonctions de E_2 dans E_0 ; il correspond également à f_2 une et une seule fonction f_1^2 de $Ens(E_2, Ens(E_1, E_0))$. Nous avons ainsi les deux bijections suivantes entre ensembles fonctionnels :

$$[\,\mathbf{F_5}\,] \quad Ens(E_1, Ens(E_2, E_0)) \cong Ens(E_1 \text{ x } E_2, E_0) \cong Ens(E_2, Ens(E_1, E_0))$$
$$(f_1^1(x_1))(x_2) \;=\; f_2\,(< x_1, x_2 >) \;=\; (f_1^2(x_2))(x_1).$$

Le principe de curryfication de la Logique Combinatoire de Curry (Curry et al. 1958, 1972; Hindley & Seldin 2008; Desclés 1997, Desclés et al. 2016 a) a une signification théorique très importante lorsque l'on examine les différences entre modèles syntaxiques des langues, le manque de place ne permet pas d'en traiter ici (Desclés et al. 2016 a, 201-234).

4. Grammaires Catégorielles simples et étendues

Pour analyser la sémantique des expressions logiques, S. Leśniewski a utilisé des types sémantiques qui s'avèrent être analogues aux types fonctionnels de Church (1941)[8]. K. Ajdukiewicz (1935) s'est inspiré

[8] Nous renvoyons à (Miéville 1984) pour une description détaillée des types employés par S. Leśniewski.

directement de l'analyse sémantique des expressions logiques de S. Leśniewski pour proposer une analyse syntaxique des langues, avec des types fonctionnels qui représentent les catégories syntaxiques usuelles (nom 'N' et phrase 'S', verbes et syntagmes verbaux, adjectifs, articles, adverbes, prépositions…), dont les instances sont des unités linguistiques qui fonctionnent, dans la construction des phrases, comme des opérateurs (appelés foncteurs) qui s'appliquent à leurs opérandes. Dans les systèmes syntaxiques, les types sont orientés pour tenir compte de l'ordre syntagmatique de la phrase : le type fonctionnel orienté d'un opérateur indique, à l'aide des symboles '/' et '\', la direction de l'opérande attendu. Ainsi, en prenant pour types de base {N*, N, S} (où N* est le type de base des syntagmes nominaux complets), le type d'un verbe intransitif comme *dort* en français est 'S\N*' et celui du verbe transitif *traverse* est '(S\N*))/N*' car ce verbe attend le « complément d'objet » à sa droite et le « sujet » à sa gauche. En introduisant [X = (S\N*)/N*] assigné au verbe transitif *traverse*, nous obtenons l'analyse syntaxique suivante :

```
Le     jeune   poulain          traverse          rapidement      la      grande   prairie
N*/N   N/N     N                X = (S\N*)/N*      X\X            N*/N    N/N      N
       ------------------->     ---------------------------------<        -------------------->
       N                        (S\N*)/N*                                 N
---------------------------->                                     ----------------------------->
       N*                                                                 N*
                                ----------------------------------------------------------------->
                                                  S\N*
--------------------------------------------------------------------------------------------------->
                                                  S
```

Y. Bar-Hillel (1950, 1953), H. Curry (1961) et J. Lambek (1958, 1961) ont utilisé systématiquement un formalisme analogue aux types fonctionnels de Church pour des analyses syntaxiques des langues dans les Grammaires Catégorielles dans lesquelles le calcul syntaxique effectué vérifie non seulement la « bonne correction » d'une séquence de mots juxtaposés dans une phrase, de type S, mais ce calcul construit en même temps l'agencement applicatif de la phrase sous la forme d'opérateurs appliqués à leurs opérandes respectifs. En désignant l'opération de juxtaposition syntagmatique des mots par '+', le calcul catégoriel transforme une *séquence agencée par une juxtaposition linéaire* des unités linguistiques en une *expression applicative,* composée de mêmes unités linguistiques, le rôle d'opérateur et d'opérande étant spécifié à l'aide d'une notation applicative préfixée (avec des parenthèses numérotées pour aider la lecture). Nous obtenons ainsi la transformation suivante (ordre syntagmatique -> ordre applicatif) :

Le + jeune + poulain + traverse + rapidement + la + grande + prairie
-> ($_0$ (rapidement traverse) ($_1$ la (grande prairie) $_1$) $_0$) ($_2$ le (jeune poulain) $_2$)

La vague de la Grammaire Générative de N. Chomsky, formulée avec des systèmes de règles de réécriture, a fait oublier, pendant une certaine période, les analyses catégorielles. Ces dernières ont cependant attiré de nouveau l'attention des linguistes à partir de 1988, en introduisant certaines complexifications dans les calculs, notamment en permettant des compositions de types catégoriels (par exemple, en autorisant la composition du type d'un verbe avec celui du type d'une préposition), ou encore en introduisant certains changements de type d'unités linguistiques, comme le changement du type N* d'un nom propre, devenant le type 'S/((S\N*)' d'un opérateur qui s'applique à un prédicat verbal de type 'S\N*', pour construire une phrase de type S. Pour illustrer ces compositions et changements de types, prenons les deux exemples suivants :

sort	*de*	*la*	*ville*	*Luc*	*dort*
(S\N*)/N*	N*/N*	N*/N*	N*	N*	S\N*
---------------------- [**composition**]----------------->				------------ [**changement**]	
(S\N*)/N*		N*		S/ (S\N*)	
--->				---------------------------->	
S\N*					S

De telles complexifications syntaxiques introduites par, entre autres, R. Montague (1974), M. Moorgat (1988), J. Lambek (1999) (avec ce qui est désormais appelé « calcul de Lambek »), A. Lecomte (1999), I. Biskri (2018), B. Godart-Wendling (2018), C. Rétoré (2018), ne sont pas de simples jeux formels car elles sont pertinentes du point de vue de la théorie syntaxique ; elles ont conduit à différentes formes de Grammaires Catégorielles étendues[9]. Il faut en outre remarquer que les règles de composition et de changement des types introduits dans les calculs catégoriels trouvent une justification formelle dans le cadre de la Logique Combinatoire, qui doit être pensée comme une logique de compositions et de changements intrinsèques d'opérateurs quelconques, au moyen d'opérateurs abstraits, appelés combinateurs. Comme le montrent la Grammaire Catégorielle Combinatoire de M. Steedman et, plus systématiquement, la Grammaire Catégorielle Applicative et Combinatoire (GCAC) de I. Biskri et J.-P. Desclés (Desclés & Biskri

[9] Voir (Desclés 2018 a, b).

1995, 1997 ; Steedman 1988, 2000 ; Desclés et al. 2016 b, 305-355), chaque composition de types et changement de type du « calcul de Lambek » introduit en fait dans le calcul catégoriel un combinateur qui, après son élimination, construit la représentation applicative sous jacente à la phrase analysée. Ainsi pour les exemples précédents, nous avons l'introduction du combinateur **B** pour la composition et du combinateur **C*** pour le changement de type[10] :

1. [_sort_ : (S\N*)/N*]+[_de_ : N*/N*]+[_la ville_: N*]
2. **B** _sort de_ : (S\N*)/N*] + [_la ville_ : N*]
3. **(B** _sort de_) (_la ville_) : S
4. _sort_ (_de_ (_la ville_)) : S

1. [_Luc_ : N*]+[_dort_ : S\N*]
2. [**C*** _Luc_: S/(S\N*)]+[_dort_ : S\N*]
3. (**C*** _Luc_) (_dort_) : S
4. _dort_ (_Luc_) : S

Il est intéressant de noter que, indépendamment du courant des Grammaires Catégorielles, Z. Harris (1976, 1982), dans sa Grammaire d'opérateurs, a utilisé implicitement le formalisme des types fonctionnels, avec des notations différentes puisque un type fonctionnel comme celui des prédicats verbaux, de type fonctionnel **F**NS, est noté '**O**n' par Harris où 'n'est le type des termes nominaux et '**O**' le type des discours (Harris 1976, 1982 ; Desclés 2016 b). Quant à S.K. Shaumyan, il a eu recours à un système fonctionnel de types catégoriels avec les « épisémions » dont les « sémions » sont des instances ; en utilisant le formalisme de la Logique Combinatoire, Shaumyan a entrepris des analyses sémantiques dans le cadre de la Grammaire Applicative Universelle (GAU) (Shaumyan 1977, 1987 ; Desclés 1990, 2011).

Le modèle applicatif de la Grammaire Applicative Cognitive et Énonciative (GRACE) (Desclés 2016 a ; Desclés et al. 2016 b, 499-504) introduit les conditions d'énonciation dans la construction des représentations sémantiques, en articulant différents niveaux d'analyses reliés par des changements de représentations. Le premier changement de représentation consiste à passer, au moyen d'une Grammaire Catégorielle étendue, d'une présentation syntagmatique d'un énoncé à sa représentation applicative. Dans l'architecture computationnelle et cognitive de la GRACE, la représentation applicative d'un énoncé devient la source d'une analyse énonciative, avec notamment une décomposition (comme le propose Ch. Bally[11]) en d'un côté, un _modus_ énonciatif aspectuo-temporel et modal, et d'un autre côté, un _dictum_ prédicatif, décomposé ensuite sous forme de schèmes sémantico-cognitifs intriqués

[10] Les règles d'élimination (ou β-réductions) des combinateurs **B** et **C*** sont : **B**fgx $->_{\beta}$ f(gx) et (**C***x)f $->_{\beta}$ fx.
[11] Voir (Bally 1932/1965), (Desclés 2016 a).

entre eux. Les changements des représentations des différents niveaux d'analyse sont effectués dans le cadre formel de la Logique Combinatoire typée (avec des types fonctionnels) où différents types de base (morphologique, syntaxique, énonciatif, sémantique, cognitif) doivent être pris en compte afin d'engendrer les types fonctionnels spécifiques à chacun de ces niveaux (Desclés et al. 2016 a, 212-234 ; Desclés et al. 2016 b, 198-215).

L'examen des théorisations développées depuis près d'un siècle pour analyser les langues naturelles et les langages formels (langages logiques et langages de programmation) montre que de nombreuses approches font appel, parfois implicitement, aux types fonctionnels de Church, aussi bien en syntaxe qu'en sémantique. Ainsi, certaines « idées », inventées puis retrouvées et exploitées par des approches indépendantes, peuvent converger et acquérir par là une solidité théorique qui s'accompagne généralement d'une portée explicative renforcée. Le recours aux systèmes des types fonctionnels et aux calculs sur ces types tend à indiquer que les langues sont des systèmes sémiotiques composés de divers types d'opérateurs appliqués à des opérandes, ces opérateurs étant souvent composables entre eux et décomposables en opérateurs plus élémentaires.

5. Archi-relateur de repérage

Dans sa remarquable étude de l'œuvre de S. Leśniewski, Denis Miéville a su attirer l'attention des logiciens et des linguistes sur les notions de classe collective, de objet-classe, et sur la relation d'ingrédience[12]. Pour présenter ces notions, partons de l'analyse de *est* du français[13]. Alors que la logique d'Aristote décompose les propositions sous la forme canonique [Sujet *est* Prédicat] dans laquelle la copule *est* relie le Prédicat à son Sujet, la logique classique de Frege-Russel analyse la notion de prédicat d'une tout autre façon puisque un prédicat verbal, comme *dort* ou *traverse* ou *admire*, est une expression « insaturée », qui, pour construire une expression saturée (c'est-à-dire une proposition, comme *Luc dort*, *La rivière traverse la plaine* ou *Luc admire Marie*), doit s'appliquer à un ou plusieurs arguments. Dans le cadre des Grammaires Catégorielles, *est* fonctionne comme un opérateur qui, en s'appliquant à un opérande de la catégorie syntaxique des noms propres, ou des noms communs, des adjectifs, des adverbes …, construit des prédicats verbaux (de type fonctionnel S\N*, avec une notation orientée) ; les expressions

[12] Voir les références dans (Miéville 1984 ; 1997 a, b ; 1999 a, b ; 2010 a, b).
[13] Voir (Culioli et al. 1981), (Desclés et al. 2016 b, 200-211).

linguistiques *est Napoléon* / *est un physicien* / *est brave* / *est devant* … sont des prédicats unaires construits à partir d'unités linguistiques de différentes catégories syntaxiques : *est* a pour schéma de type '(S\N*) / α' où α ∈ {N*, N, N/N, (S\N*)\(S\N*)}. La logique classique a reconnu la polysémie du relateur linguistique *est*, puisque, selon son occurrence dans divers contextes, *est* peut renvoyer : soit à une appartenance (∈) d'un élément à une classe ; soit à une inclusion (⊆) entre classes ; soit à une identification (=) entre deux objets individuels ; ces trois valeurs sémantiques de *est* conviennent parfaitement au cadre mathématique de la théorie des ensembles. Pour les études linguistiques, il convient cependant d'ajouter la localisation d'un objet par rapport à un lieu (exemple : *Luc est dans sa chambre* -> Luc est localisé par rapport à l'intérieur d'un lieu) - ou encore la localisation d'un lieu par rapport à un autre lieu (exemple : *L'appartement de Luc est au second étage de son immeuble* -> l'appartement est un lieu localisé par rapport à un autre lieu, lui-même localisé dans un lieu plus vaste) ; des prépositions, comme *dans, à, jusqu'à, hors de*… viennent spécifier la nature topologique d'un lieu en spécifiant son intérieur, ou sa fermeture, ou sa frontière ou encore son extérieur. La valeur sémantique de l'ingrédience « fait partie de » est souvent exprimée par d'autres relateurs que *est* (par exemple le relateur *de* dans certains de ses emplois) mais ces relateurs d'ingrédience sont analysés, au moyen de réductions paraphrastiques, par le relateur *est à* (ou son converse *a* avec la relation [X *a* Y] -> [Y *est-à* X]), qui relie un objet à une classe-objet (ou une classe collective), dont il est l'un de ses constituants. Nous avons par exemple les réductions : *Un doigt de la main* -> *La main a un doigt* -> un doigt est un ingrédient (ε) de la main ; *Le port du Havre* -> *Le Havre a un port* -> un port est un ingrédient (ε) du Havre -.

Cette analyse sémantique de la polysémie des marqueurs linguistiques *est* et *est-à*, conduit à distinguer plusieurs types sémantiques de base avec des propriétés caractéristiques très différentes. Nous avons les types sémantiques de base suivants (Desclés et al. 2016 b, 478- 482) : (i) le type des objets individuels ; (ii) le type des classes distributives ; (iii) le type des objets-classes ou des classes collectives ; (iv) le type des lieux. La propriété qui sert à la constituer une classe distributive (comme *est une nation*) se distribue intégralement sur tous les éléments qui la composent (comme *La France est une nation*), c'est la classe de la théorie des ensembles. Un classe collective (comme *le bureau de l'Assemblée*) est constitué d'objets différents (Exemple : *un député du bureau de l'Assemblée*). Une classe-objet est constituée d'autres classes-objets qui héritent des mêmes propriétés que la classe-objet constituante (Exemple : *du beure* et *un morceau de beure*). Les lieux sont des ensembles topologiques de positions d'un objet ou d'un autre lieu, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur, soit sur le bord, soit encore dans la fermeture. Les différents relateurs (appartenance, inclusion, identification, localisation, ingrédience) ont des propriétés formelles qui les distinguent : l'appartenance '$\in$' est non réflexive, non symétrique, non transitive ; l'inclusion '$\subseteq$' est réflexive, antisymétrique et transitive ; l'ingrédience 'ε' est réflexive, non symétrique, transitive ; la relation de localisation est précisée par des opérateurs topologiques unaires (prendre l'intérieur / l'extérieur / la frontière / la fermeture d'un lieu) d'une algèbre de Kuratowski ; l'identification '=' est réflexive, symétrisable, transitive (Desclés 1981 a ; Desclés & Froidevaux 1982). Ces différents valeurs sémantiques associées, plus ou moins directement au relateur linguistique *est* du français et à d'autres relateurs linguistiques (comme le verbe *avoir*, analysé comme le converse de *être* par [*avoir* = **C** *être-à*], ont amené A. Culioli à concevoir la notion plus générale de « repérage », noté '$\underline{\in}$', qui est un archi-opérateur, c'est-à-dire un opérateur générique binaire qui s'applique, selon le principe de curryfication, dans un premier temps à un premier opérande, le *repère* X, pour construire ainsi un opérateur de repérage qui s'applique, dans un second temps, à un opérande, le *repéré* Y, d'où la relation de repérage [Y $\underline{\in}$ X]. Selon son occurrence et son contexte d'emploi, l'archi-opérateur '$\underline{\in}$' prend les valeurs plus spécifiques de différenciation ($\neq$), par appartenance ($\in$), par inclusion ($\subseteq$), par localisation topologique, ou encore par ingrédience (ε) ; ces formes de différenciation entrent en opposition avec la valeur d'identification (=). Alors que la logique classique de Frege-Russell-Peirce et la théorie des ensembles sont fondées sur les seuls types de base des objets individuels et des classes ensemblistes, avec les seuls relateurs d'appartenance, d'inclusion et d'identité, les différentes spécifications de l'archi-repérage '$\underline{\in}$' sont caractérisées par des types fonctionnels engendrés à partir de différentes sortes de types de base, ce qui contribue à élargir considérablement l'horizon de la logique.

Il convient toutefois de complexifier encore les différentes valeurs du repérage par différenciation ($\neq$) et par identification (=), en prenant en compte une troisième valeur, dite de « mise en rupture » ou de « déconnection », notée '#' ; cette dernière valeur sémantique introduit une forme de « négation forte » qui indique une forme de « non repérage » (non réflexif, symétrique, transitif) entre entités appartenant à des espaces différents (souvent des référentiels distincts). On dégage ainsi la notion de système abstrait de repérage {=, ≠, #} avec lequel on entreprend d'identifier, ou de différencier ou encore de mettre en rupture, des entités de différents types (des objets individuels, des objets et des classes, des objets constitutifs d'un tout, des instants et des intervalles d'instants, des objets et des localisations dans des lieux etc.). Un certain nombre de catégorisations grammaticales des langues sont structurées à l'aide d'un système de repérage. Il en est ainsi du système des personnes où, dans un espace dia-logique, le co-énonciateur TU se différencie de l'énonciateur EGO, tandis que « l'absent du dialogue » IL est en relation de rupture avec à la fois EGO et TU, d'où les différentes relations de repérage : [TU ≠ EGO], [IL # EGO] et [IL # TU] (Desclés 2016 a). Dans une énonciation directe, les pronoms personnels sont les traces de repérages : le signe *je* est la trace d'une identification avec EGO, le signe *tu* d'une différenciation avec EGO, le signe *il* d'une mise en rupture par rapport à EGO et par rapport à TU. Dans le domaine spatial, *ici* renvoie à un repérage par identification au lieu centré sur, ou pointé par, l'énonciateur EGO ; *là* et *là-bas* renvoient à une différenciation entre un lieu commun à EGO et à TU et un lieu déterminé exclusivement par EGO ; *ailleurs* renvoie à une mise en rupture par rapport au lieu spatial commun délimité par EGO et TU. Dans le domaine de la temporalité, la notion du « présent » (inaccompli) exprime une relation de concomitance (une forme d'identification) de l'actualisation d'une situation verbalisée avec le processus d'énonciation « EGO *est en train de dire…* » ; la notion de « passé » (accompli ou inaccompli) renvoie à une relation d'antériorité (une forme de différenciation) par rapport au processus d'énonciation (Desclés et al. 2016 b, 504-531) ; la mise en rupture temporelle exprime un changement de référentiel temporel où sont temporellement actualisées des situations, par exemple les événements d'une succession narrative, qui n'ont aucun repérage temporel direct, aussi bien par identification que par différenciation, par rapport à toutes les situations directement repérées par rapport au processus d'énonciation.

6. Logique naturelle et Logique de la Détermination des Objets

La logique naturelle, imaginée initialement par J.-B. Grize et développée avec ses collaborateurs, dont D. Miéville (2010 a, b) : « *(...) peut être définie comme l'étude des relations logico-discursive qui permettent de construire et de reconstruire une schématisation. Le double adjectif est là pour souligner le fait que l'on est présence d'opérations de pensée, mais dans la mesure seulement où celles-ci s'expriment à travers* *des activités discursives.* » (Grize 1990, 65). Des notions primitives sont à la base des constructions des schématisations de la logique naturelle. Rappelons que, pour A. Culioli, les notions primitives sont « des systèmes de représentations complexes de propriétés physico-culturelles », ce que J. B. Grize commente ainsi : « *l'important pour nous est de noter que les notions primitives relèvent de la pensée et ne sont pas encore au plan du langage (...) une notion est indicible, la dire c'est déjà la mettre au plan du langage.* » (Grize 1990, 67).

Dans le cadre du modèle de la GRACE (Desclés et al. 2016 b, 451-531), il a été dégagé des primitives sémantico-cognitives générales et nécessaires à la construction des significations lexicalisées et grammaticalisées que les langues expriment ; ce sont, entre autres, pour les significations lexicales, les primitives du repérage {=, ≠, #} avec ses différentes spécifications, du mouvement (MOUVT) d'une entité dans l'espace, du changement (CHANG) d'états d'une entité, de l'effectuation (FAIRE) d'une action par une entité instrumentale, du contrôle (CONTR) d'une effectuation d'une action par un agent qui exerce sa capacité de déclencher ou d'interrompre une action… . Ces primitives relationnelles ont des types fonctionnels engendrés à partir de différentes sortes primitives : objets individuels, classes distributives, classes collectives, lieux … Les primitives relationnelles sont composées entre elles de façon à construire les schématisations particulières que sont les *schèmes sémantico-cognitifs* (SSC) qui représentent les significations structurées d'unités linguistiques comme les prédicats verbaux et les opérateurs prépositionnels. Ces compositions de primitives relationnelles sont effectuées au moyen des combinateurs (des opérateurs abstraits de composition et de transformation) de la Logique Combinatoire. Dans le cadre de la GRACE, les termes nominaux, les prédicats verbaux et les opérateurs grammaticaux (entre autres, prépositions et préverbes, opérateurs aspectuo-temporels, modaux…) sont décomposés analytiquement et représentés sous forme de schèmes interprétatifs également structurés[14].

La logique naturelle fait appel à plusieurs types fonctionnels d'opérateurs. Nous renvoyons aux travaux qui décrivent ces opérateurs et les opérations qui s'en déduisent[15]. Il est de plus en plus clair qu'une convergence certaine se dessine entre d'une part, les notions primitives, les schématisations et les nombreux opérateurs mis en place dans le cadre

[14] Voir de nombreux exemples dans (Desclés et al. 2016 b, 357-450, 543-550).
[15] Voir par exemple (Grize 1990), (Miéville 2010 a, b).

de la logique naturelle et d'autre part, les schèmes, les types fonctionnels et les opérateurs relationnels de la Grammaire Applicative, Cognitive et Énonciative (GRACE) et surtout de la Logique de la Détermination des Objets (LDO), que ma collègue Anca Pascu et moi développons, depuis plusieurs années, dans le cadre de la Logique Combinatoire (Desclés 1993, 2002 ; Desclés & Pascu 2011, 2012 ; Desclés et al. 2016 b, 68-82).

La LDO vise à complexifier la notion usuelle de « concept ». Alors qu'un concept (ou prédicat unaire) est appréhendé, selon Frege et la logique classique, par une seule propriété conceptuelle f, se donner, dans l'approche de la LDO, un concept, noté ^f, cela exige quatre composantes < f, Ess[^f], Int[^f], **τ**(^f) > ; plus précisément : 1°) une *propriété conceptuelle* 'f' (une fonction appliquée à un domaine d'objets dans l'ensemble {Vrai, Faux }, comme chez Frege) ; 2°) une *essenc*e, notée Ess[^f], une classe ou un faisceau de propriétés essentielles qui s'appliquent à tous les *exemplaires* localisés dans l'extension Ext[^f] du concept ^f ; 3°) une *intension*, notée Int[^f], une classe de propriétés ou un faisceau plus vaste que celui de la seule essence, par conséquent : Ess[^f] $\subseteq$ Int[^f], comprenant toutes les propriétés qui s'appliquent à *tous les exemplaires typiques* du concept ^f, *les exemplaires atypiques* n'héritant nécessairement que des propriétés de l'essence mais pas de toutes les propriétés de l'intension ; 4°) un objet, noté **τ**(^f), appelé *objet typique abstrait complètement indéterminé*, qui représente le concept ^f sous la forme d'un objet abstrait, un « objet de pensée »; nous allons revenir plus loin sur le rôle de cet objet **τ**(^f) .

La discussion à propos d'un concept particulier revient à faire préciser ce qui constitue exactement son essence et son intension dont héritent seulement les exemplaires typiques du concept. Par exemple, l'intension du concept ^(est-homme) comprend les propriétés externes suivantes : 'avoir deux jambes / deux bras / deux yeux'… ; aussi, n'importe quel exemplaire typique des humains hérite-t-il de ces propriétés, alors qu'un unijambiste devient atypique bien que chaque unijambiste singulier appartient, comme tous les autres exemplaires typiques et atypiques, à l'extension du concept ^(est-homme), en héritant de toutes les propriétés de l'essence. Contrairement aux formalisations de l'atypicité entreprises dans le cadre de la logique floue de Zadeh, chaque unijambiste singulier ne doit pas être conçu comme un exemplaire qui appartiendrait certes à l'extension, mais à un degré moindre que les exemplaires typiques. Remarquons également que s'il n'existe aucun degré de typicité parmi les exemplaires typiques d'un concept, la notion de degré de typicité prend tout son sens pour comparer deux exemplaires atypiques puisque l'un peut être plus atypique qu'un autre, le premier héritant de moins de propriétés de l'intension que le second. Quant aux exceptions d'un concept, elles ne sont nullement assimilables aux exemplaires les plus atypiques de l'extension; en effet, un objet considéré comme une exception hérite en général de la plupart des propriétés de l'intension à l'exception de l'une des propriétés de l'essence, ce qui conduit à localiser cet objet exceptionnel sur « le bord externe » de l'extension, qui est alors structurée comme un lieu quasi-topologique appréhendé avec sa frontière interne et sa frontière externe[16]. Donnons un exemple élémentaire d'exception : le nombre 2 est une exception parmi les nombres premiers qui tous, excepté 2, sont des nombres impairs, la propriété 'être impair' étant l'une des propriétés de l'essence des nombres premiers, dont n'hérite pas l'exception 2.

La LDO, tout comme la logique naturelle, donnent une place importante aux notions de détermination. La LDO utilise un opérateur abstrait, noté $\boldsymbol{\delta}$, qui construit un *opérateur de détermination* $\boldsymbol{\delta}(h)$ à partir d'une propriété h quelconque ; lorsque $\boldsymbol{\delta}(h)$ s'applique à un objet x, il construit un nouvel objet $y = \boldsymbol{\delta}(h)(x)$ et cet objet hérite de la propriété déterminative h, d'où $[h(y) = \text{Vrai}]$. L'objet y hérite normalement des propriétés déjà héritées x, sauf dans le cas où la propriété déterminative h entre en contradiction avec l'une des propriétés, disons u, déjà héritée par x, c'est-à-dire lorsque $[h = \neg(u)]$; dans ce cas, y hérite de la propriété h et des propriétés déjà héritées par x, à l'exception de u, pourtant héritée par x. A chaque objet, plus ou moins indéterminé, de la LDO, est associée une classe de propriétés héritées par cet objet, c'est-à-dire de toutes les propriétés qui s'appliquent à cet objet avec la valeur « Vrai » ; cette classe des propriétés héritées par un objet constitue sa *caractéristique*.

L'objet typique $\boldsymbol{\tau}(\hat{}f)$ étant complètement indéterminé, il représente, en tant qu'objet abstrait, le concept ^f ; par définition, il hérite de toutes les propriétés de l'intension Int[^f] et donc la propriété f qui s'y applique : $[f(\boldsymbol{\tau}(\hat{}f)) = \text{Vrai}]$. L'objet $\boldsymbol{\tau}(\hat{}f)$ est un point fixe de l'opérateur de détermination $\boldsymbol{\delta}(f)$: $[\boldsymbol{\delta}(f)(\boldsymbol{\tau}(\hat{}f)) = \boldsymbol{\tau}(\hat{}f)]$, il est à la source des *instances du concept ^f* (plus ou moins indéterminées), auxquelles s'appliquent la propriété f, en héritant nécessairement de l'essence et d'une partie de l'intension de ^f. Etant donné $\boldsymbol{\tau}(\hat{}f)$, des propriétés déterminatives $h_1, h_2, \ldots h_n$, dont aucune n'entre en contradiction avec l'une des propriétés de l'essence Ess[^f], construisent une succession d'instances de ^f , telles que :

$$[x_1 = \boldsymbol{\delta}(h_1)(\boldsymbol{\tau}(\hat{}f))] \qquad [x_2 = \boldsymbol{\delta}(h_2)(x_1)] \quad \ldots [x_n = \boldsymbol{\delta}(h_n)(x_{n-1})]$$

[16] (Desclés, Pascu & Biskri 2017) et articles à paraître.

Ces instances successives héritent de toutes les propriétés de l'essence Ess[^f]. Soit une instance x_{i+1} telle que [x_{i+1} = $\boldsymbol{\delta}(h_{i+1})(x_i)$] (avec $i \geq 0$) ; plusieurs cas d'héritage des propriétés caractéristiques de x_{i+1} à partir de la caractéristique de x_i et des propriétés de l'intension héritées par la source $\boldsymbol{\tau}$(^f), doivent être envisagés pour tenir compte des problèmes de typicité. *Premier cas* : l'instance x_{i+1} hérite de toutes les propriétés de l'intension Int[^f] lorsque l'instance x_i hérite déjà de toutes ces propriétés et que, de plus, la propriété h_{i+1} n'entre pas en contradiction avec l'une des propriétés de l'intension ; dans ce cas, l'objet x_{i+1} est une *instance typique* de ^f, tout comme l'instance typique x_i : la caractéristique de x_{i+1} est la caractéristique de x_i à laquelle vient s'ajouter la propriété h_{i+1}. *Deuxième cas* : lorsque x_i est une instance typique de ^f, si h_{i+1} entre en conflit avec l'une des propriétés, disons u, de la différence Int[^f] – Ess[^f], alors x_{i+1} devient une *instance atypique* de ^f et x_{i+1} n'hérite pas de la propriété u mais de la propriété déterminative h_{i+1} : la caractéristique de x_{i+1} est obtenue à partir de la caractéristique de x_i après avoir substitué h_{i+1} à la propriété u de Int[^f]. *Troisième cas* : lorsque x_i est une instance atypique, l'instance x_{i+1} est également une instance atypique ; de plus, si la propriété déterminative h_{i+1} n'entre en contradiction avec aucune des propriétés de l'intension Int[^f], alors la caractéristique de x_{i+1} est la caractéristique de x_i à laquelle est venue s'ajouter la propriété h_{i+1} ; si h_{i+1} entre en contradiction avec l'une des propriétés de la caractéristique de x_i, disons v, la caractéristique de x_{i+1} est la caractéristique de x_i où la propriété h_{i+1} est venue se substituer à la propriété v de la caractéristique de x_i.

Remarque : Prenons pour sortes de base les objets individuels de type J et les propositions de type H. Le type fonctionnel d'une propriété conceptuelle f est $\underline{\mathbf{F}}$JH ; l'opérateur $\boldsymbol{\tau}$**,** qui construit l'objet $\boldsymbol{\tau}$(^f) de type J, est de type $\underline{\mathbf{F}}$($\underline{\mathbf{F}}$JH)J ;l'opérateur $\boldsymbol{\delta}$, qui construit à partir d'une propriété h, l'opérateur de détermination $\boldsymbol{\delta}$(h) de type $\underline{\mathbf{F}}$JJ, est de type $\underline{\mathbf{F}}$($\underline{\mathbf{F}}$JH)($\underline{\mathbf{F}}$JJ).

Les propriétés de l'essence et de l'intension héritées par une instance 'x' appartiennent à sa *caractéristique*, ce sont les propriétés *structurantes* de 'x' ; les différentes propriétés qui contribuent à lever l'indétermination de cette instance sont des propriétés *qualifiantes* de sa caractéristique. Prenons un exemple avec le concept ^(est-oiseau). L'objet mental exprimé par le syntagme linguistique *un oiseau* (sans aucune autre détermination) est représenté par l'objet $\boldsymbol{\tau}$(^(est-oiseau)), lequel hérite de toutes les propriétés de l'intension, à savoir : 'avoir des ailes', 'savoir voler' …; par des déterminations successives, on engendre d'autres objets moins indéterminés comme *un oiseau noir, un oiseau à bec jaun*e … ; l'objet exprimé par *une autruche* désigne un oiseau atypique puisque une autruche n'hérite pas de la propriété structurante 'savoir voler' ; cependant, il existe parfois une autruche singulière comme 'Julie', qui a acquis la propriété qualifiante de 'savoir voler', ce qui fait de 'Julie' une autruche atypique qui ne devient pas, pour autant, bien que sachant voler, un oiseau typique.

Comme nous venons de la voir, l'objet typique **τ**(^f) engendre, par des opérateurs de détermination, des instances de moins en moins indéterminées mais, en général, pas complètement déterminées. Ces instances indéterminées constituent *l'étendue* Etd[^f] qui ne doit pas être confondue avec *l'extension* Ext[^f] du concept ^f. En effet, à chaque instance x de l'étendue peut éventuellement correspondre une classe d'exemplaires complètement déterminés $\{z_1, z_2, \ldots, z_n, ..\}$ du concept ^f, ces exemplaires héritant des mêmes propriétés, mais chaque exemplaire z_i possède des propriétés discriminantes singulières qui le distinguent des autres exemplaires z_j ; cette classe « étend » en quelque sorte l'instance indéterminée x de Etd[^f] par des exemplaires complètement déterminés de l'extension Ext[^f], la classe de tous les exemplaires de ^f. En tenant compte uniquement de l'intension d'un concept ^f, on peut distinguer plusieurs types d'objets plus ou moins indéterminés ou complètement déterminés (instances de l'étendue et exemplaires de l'extension) associés à ce concept, on rejoint ainsi l'analyse des différents objets de la théorie de A. Meinong (Nef 1998 ; Meinong 1999 ; Leclercq 2010) ; en tenant compte de la différence entre intension et essence, on prend en compte des instances et exemplaires typiques et atypiques ainsi que des exceptions. Un objet complètement déterminé de l'extension peut avoir différences occurrences qualifiées par des déterminations contingentes pour rendre compte d'exemples comme *Le Napoléon à Waterloo n'est pas le Napoléon d'Austerlitz* ou *Bonaparte n'est pas encore Napoléon.* La logique naturelle doit traiter également d'objets plus ou moins déterminés et d'objets complètement déterminés dont les faisceaux des propriétés de leurs caractéristiques se modifient avec les connaissances apportées par les discours qui les concernent.

Remarquons que l'objet typique complètement indéterminé **τ**(^f) ne fait pas partie de l'extension Ext[^f], il est seulement un élément générateur des instances de l'étendue Etd[^f] à laquelle il appartient, en tant qu'objet. Certaines des instances peuvent recevoir des propriétés qualifiantes contradictoires entre elles (par exemple l'objet désigné par l'expression *un cercle qui est carré*), dans ce cas ces instances sortent de l'étendue Etd[^f] et n'ont aucun exemplaire qui leur correspondent dans l'extension Ext[^f] [17]. Devant certaines instances problématiques, par exemple la découverte de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ qui pourtant mesure un segment géométrique (la diagonale d'un carré de côté 1), il est nécessaire de repenser complètement le concept initial (par exemple le concept de nombre exprimé par un rapport rationnel entre deux entiers) en redéfinissant son essence et, éventuellement, son intension.

7. Conclusion

La logique naturelle, étudiée par l'École de Neuchâtel, sous l'impulsion des logiciens et recteurs remarquables que furent Jean-Blaise Grize et Denis Miéville, se développe sous la forme de différents types fonctionnels d'opérateurs qui se composent entre eux pour construire des agencements discursifs susceptibles d'exprimer des points de vue argumentatifs. La convergence, sur de nombreux points, entre d'une part, les opérateurs de la GRACE et ceux de la LDO, et d'autre part, les opérateurs de la logique naturelle, incitent à approfondir cette convergence et à en exploiter certaines complémentarités, en se plaçant dans le cadre solide de la *Urlogik* qu'est la Logique Combinatoire typée de Curry[18], qui est, rappelons-le, une logique de compositions et de transformations intrinsèques d'opérateurs quelconques de différents types organisés par les types fonctionnels de Church. Nous dessinons ainsi un véritable programme de recherche qui vise un dépassement de la logique aristotélicienne et de la logique classique par un élargissement de l'horizon de la logique pure et de la logique discursive.

Références

AJDUKIEWICZ, K. 1935. "Über die Syntaktische Konnexität", *Studia Philosophica* 1 : 1-27.

BALLY, Ch. 1932/1965. *Linguistique générale et linguistique française*. Berne : Franke.

---

[17] L'objet $\boldsymbol{\tau}$(^f) ne doit pas être assimilé à l'objet désigné par 'ε(f)', le epsilon symbole de Hilbert : ε(f) fait partie de l'extension Ext[f] lorsque cette dernière est non vide puisque l'on a : $[f(\varepsilon(f)) = \text{Vrai}\ ] \Leftrightarrow (\exists x)\ f(x) \Leftrightarrow [\text{Ext}(f) \neq \varnothing]$, alors que $\boldsymbol{\tau}$(^f) appartient à l'étendue [f($\boldsymbol{\tau}$ (^f) = Vrai] mais pas à l'extension Ext[^f] qui peut, par ailleurs, pour certains concepts comme *est-un-cercle-carré*, être complètement vide (lorsqu'il n'existe aucun exemplaire du concept).

[18] Voir (Curry 1958).

BAR-HILLEL, Y. 1950. "On Syntactical Categories". *The Journal of Symbolic Logic* 15: 1-16.

BAR-HILLEL, Y. 1953. "A Quasi-Arithmetical Notation for Syntactic Description". *Language* 29: 47-58.

BISKRI, I. 2018. "La coordination et la subordination en français et les systèmes applicatifs typés ». In Desclés 2018 : 173-198.

BISKRI, I. et DESCLÉS, J.P. 1995. « Logique combinatoire et linguistique : la Grammaire Catégorielle Combinatoire Applicative ». *Mathématiques, Informatique et Sciences Humaines* 132 : 39-68.

BISKRI, I. et DESCLÉS, J.P. 1997. "Applicative and Combinatory Categorial Grammar (from syntax to functional Sematics)". *Recent Advances in Natural Languages Processing*, 71-84. John Benjamins Publishing Company.

CHURCH, A. 1940. "A formalization of the simple theory of types". *Journal of Symbolic Logic* 5: 56-68.

CULIOLI, A. 1999. *Pour une linguistique de l'énonciation. Formalisation et opérations de repérage, Tome 2.* Paris : Ophrys.

CULIOLI, A., DESCLÉS, J.-P., KABORE R. et KOULOUGHLI, Dj. 1981. *Systèmes de représentations linguistiques et métalinguistiques*, Rapport à l'UNESCO, 141 p., publié dans Collection ERA 642. Paris : Université de Paris 7.

CURRY, H.B. 1934. "Functionality in combinatory logic". *Proc. Nat. Acad. Sci.* USA 20: 584-590.

CURRY, H.B. 1961. "Some Logical Aspects of Grammatical Structure". In Jakobson 1961: 56-68.

CURRY, H. B., FEYS, R. et CRAIG, 1958. *Combinatory Logic*. Amsterdam: North Holland.

CURRY, H. B., HINDLEY, J. et SELDIN, J.P. 1972. *Combinatory Logic*, vol II. Amsterdam: North Holland.

DESCLÉS, J.P. 1981 a. *Des opérations aux opérateurs . Méthodes intrinsèques en informatique fondamentale.* Paris, Thèse d'état (mathématiques), Université René Descartes, 1980 ; publiée dans le collection ERA 642 du CNRS, Université de Paris 7.

DESCLÉS, J.P. 1981 b « De la notion d'opération à celle d'opérateur ou à la recherche de formalismes intrinsèques ». *Mathématiques et sciences humaines* 7 : 1-32.

DESCLÉS, J.P. 1990. *Langages applicatifs, langues naturelles et cognition*, Paris : Hermès.

DESCLÉS, J.P. 1993. "Dialogue sur la typicalité". In *Modèles et concepts pour la science cognitive, hommage à Jean-François Le Ny,* M. Denis, G. Sabah (eds), 139-163. Presses de l'Université de Grenoble.

DESCLÉS, J.P. 1997. « La logique combinatoire, types, preuves et langage naturel ». In Miéville 1997 b : 91-160.

DESCLÉS, J.P. 2002. « Categorization: a Logical Approach of a Cognitive Problem ». *Journal of Cognitive Science* 3 (2): 85-137.

DESCLÉS, J.P. 2009. « Le concept d'opérateur en linguistique ». *Histoire, Epistémologie, Langages* n° 31/1 : 75-98.

DESCLÉS, J.P. 2011. « Une articulation entre syntaxe et sémantique cognitive : la Grammaire Applicative et Cognitive ». *Mémoires de la Société de Linguistique de Paris, nouvelle série tome XX, l'Architecture des théories linguistiques, les modules et leurs interface*, 115-153. Leuven : Peeters.

DESCLÉS, J.P. 2016 a. « Opérations et opérateurs énonciatifs ». In *L'énonciation aujourd'hui, un concept clé des sciences du langage*, M. Colas-Blaise, L. Perrin et G.M. Tore (eds), 69-88. Limoges : Lambert-Lucas.

DESCLÉS, J.P. 2016 b. « Les mathématiques de la grammaire d'opérateurs de Zellig Harris ». In *Perspectives harrissiene*s, Cl. Martinot et al. (eds), 83-105. Paris : Cellule de recherche en Linguistique.

DESCLÉS, J.P. (ed.). 2018 a. Grammaires catégorielles. *Verbum*, tome XL, N°2, Presses Universitaires de Nancy.

DESCLÉS, J.P. 2018 b. « Brève généalogie des grammaires catégorielles ». In Desclés 2018 a : 143-171.

DESCLÉS, J.P. et BISKRI, I. 1997. "Applicative and Combinatory Categorial Grammar (from syntax to functional Semantics)". *Recent Advances in Natural Languages Processing*, 1-84, John Benjamins Publishing Company.

DESCLÉS, J.P. et Froidevaux, C. 1982. « Axiomatisation de la notion de repérage abstrait ». *Mathématiques et sciences humaines* 78 : 73-119.

DESCLÉS, J.P., GUIBERT, G. et SAUZAY, B. 2016 a. *Logique combinatoire et Lambda-calcul : des logiques d'opérateurs*. Toulouse : Cépaduès.

DESCLÉS, J.P., GUIBERT, G. et SAUZAY, B. 2016 b. *Calculs des significations par une logique d'opérateurs * Vers une logique d'opérateurs ; ** Concepts et schèmes analysés par la logique combinatoire*. Toulouse : Cépaduès.

DESCLÉS J.P. et PASCU, A. 2006. "Logic of Determination of Objects: the meaning of variables in quantification". *Artificial Intelligence Tools, Architecture, Languages and Algorithms* 15 (6): 1041-1052.

DESCLÉS J.P. et PASCU, A. 2011. « Logic of Determination of Objects (LDO): How to articulate 'Extension', 'Intension' and 'Objects' with « concept ». *Logica Universalis* 1/5: 75-89.

DESCLÉS J.P. et PASCU, A. 2012. "The cube generalizing Aristotle's square in Logic of Determination of Objects (LDO)". In *Around and Beyond the square of oppositions*, Beziau et Jacquette (eds), 277-291. Berlin: Springer.

DESCLÉS J.P. et PASCU, A. et BISKRI, I. 2017. "A Quasi Topologic Structure of Extensions in the Logic of Typical and Atypical Objects

(LTA) and Logic of Determination of Objects (LDO)". *Proceedings of the 31th FLAIRS Conference*, AAAI Press.

FREGE, G. 1893. *Grundgesetze der Arithmetik*, Vol. I, Jena; *The Basic Laws of Arithmetic, exposition of a system,* Translated and edited, with an Introduction, by M. Furth, 1967. University of California Press, 1967.

GARDIES, J.L. 1975. *Esquisse d'une grammaire pure*. Paris : Vrin.

GRIZE, J.B. 1990. *Logique et langage*. Paris : Ophrys.

GODART-WENDLING, B., 2018. « Règle(s) et métarègles dans l'approche catégorielle de Lambek ». In Desclés 2018 a : 221-236.

HARRIS, Z. 1976. *Notes du cours de syntaxe*. Paris : Editions du Seuil.

HARRIS, Z. 1982. *A Grammar of English based on Mathematical Principles*. New York: John Wiley and Sons.

HINDLEY J.R. et SELDIN, J.P. 2008. *Lambda-Calculus and Combinators, an Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press,

JAKOBSON, R. 1961. *Structure of Language and its Mathematical Aspects*. American Mathematical Society. Providence: Rhode Island.

LAMBEK, J. 1958. "The Mathematics of Sentence Structure", *American Mathematical Monthly* 65.

LAMBEK, J. 1961. "On the Calculus of Syntactic Types". In Jakobson 1961 : 166-178.

LAMBEK, J. 1999. « Les types en mathématiques et en logique ». In Miéville 1999 b : 147-158.

LECLERCQ, B. 2010. « Quand c'est l'intension qui compte. Opacité référentielle et objectivité ». *Bulletin d'Analyse Phénoménologique*, vol. 6, n° 8 : 83-108.

LECOMTE, A. 1999. « Des catégories mobiles pour l'interface entre syntaxe et sémantique ». In Miéville 1999 b : 125-146.

LE GUERN, M. 2003. *Les deux logiques du langage*. Paris : Champion.

LEŚNIEWSKI, S. 1992. *Collected works I . II.* S.J Surma, J.T. Srzednicki, D.I. Barnett (eds). Varsovie : Polish Scientific Pub./ Dordrecht/Boston : Kluwer.

MEINONG, A. 1999. *Théorie de l'objet et présentation personnelle*. Paris : Vrin.

MIEVILLE, D. 1984. *Un développement des systèmes logiques de Stanislaw Lesniewski. Protothépique – Ontologie – Méréologie*. Bern : Peter Lang.

MIEVILLE, D. 1997 a. « La logique développementale ». In Miéville 1997 b : 161-187.

MIEVILLE, D. (ed.) 1997 b. *Introduction aux logiques non classiques*, Travaux de logique, Centre de recherches sémiologiques, 11, Université de Neuchâtel.

MIEVILLE, D. 1999 a. « Expansion catégorielle et logique ». In Miéville 1999 b : 1-41.

MIEVILLE, D. (ed.). 1999 b, *Rôle et enjeux de la notion de catégorie en logique*, Travaux de logique, Centre de recherches sémiologiques, 13, Université de Neuchâtel.

MIEVILLE, D. 2010 a. « Logique naturelle, aspects méthodologiques et perspectives ». In Miéville 2010 b : 11-89.

MIEVILLE, D. (ed.). 2010 b. *La logique naturelle enjeux et perspectives, actes du colloque*. Travaux du centre de recherches sémiologiques, 68, Université de Neuchâtel.

MILLER, P. et TORRIS, T. (eds). 1990. *Formalismes syntaxiques pour le traitement automatique du langage naturel*, Paris : Hermès.

MONTAGUE, R. 1974. *Formal Philosophy, selected papers of R. Montague*, Thomasson (ed.). New Haven: Yale University Press.

MOORGAT, M. 1988. *Categorial Investigations, Logical and Linguistic Aspects of the Lambek Calculus.* Dordrecht : Foris Publications.

MOORGAT, M. 1990. « La grammaire catégorielle généralisée, le calcul de Lambek-Gentzen". In Miller et Torris 1990 : 127-182.

NEF, F. 1998. *L'objet quelconque. Recherches sur l'ontologie de l'objet*. Paris : Vrin.

OEHRLE, R., BACH, E. et WHEELER, D. 1988. *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht : D. Reidel Publishing Company.

RETORE, C. 2018. « Approche logique des grammaires catégorielles : une syntaxe tournée vers la sémantique ». In Desclés, 2018 a: 237-267.

SHAUMYAN, S. K. 1977. *Applicational Grammar as a Semantic Theory of Natural Languages*. Chicago: Chicago University Press.

SHAUMYAN, S. K. 1987. *A Semiotic Theory of Language*. Bloomington: Indiana University Press, 1987.

STEEDMAN, M. 1988. "Combinators and Grammars". In Orhrle & al. 1988 : 207-263.

STEEDMAN, M. 2000. *The Syntactic Process*. Cambridge, Massachussetts: The MIT Press.

VERNANT, D. 2010. « La 'logique' du discours ordinaire ». In Miéville 2010 b : 195-214.