Argumentum. Journal of the Seminar of Discursive Logic, Argumentation Theory and Rhetoric 19 (2): 104-130, 2021

Pierre-Antoine PONTOIZEAU
Institut de Recherches de Philosophie Contemporaine (France)

Les mathématiques seraient un langage comme les autres qui détermineraient les savoirs par leur ontologie cachée Etude 1 : l'indétermination d'Heisenberg

Mathematics Would Be a Language Like any Other which Would Determine Knowledge by their Hidden Ontology: The Heisenberg's Principle of Uncertainty

Abstract: The mathematization of physics and science carries the risk of an absorption of realities to the point of confusing them with the symbols that serve their representation. This Pythagorean and Galilean project includes a hidden ontology, that of the derealization of the world in its representation. Physics is no more than a reflection of its representation, gradually manifesting its understanding of the hidden ontology of its language, not of the real. This first study on Heisenberg's indeterminacy shows how the physicist reflects the dilemma of ordinals and cardinals. The disappearance of the real is a consequence of the primacy of mathematics: the logic of the imaginary.

Keywords: inequalities, atom, physics, number, logic, hermeneutics, phenomenology

1. Introduction

L'enjeu de cet article : montrer que les mathématiques sont un langage comme les autres dont les paradoxes se reflètent dans les représentations de la physique contemporaine. C'est toute la rhétorique pythagoricienne d'une langue universelle et vraie que nous contestons ici à travers le cas des inégalités d'Heisenberg. Cet article prolonge celui publié en décembre 2019 : Généalogie et limite de la rhétorique des nombres.

Le principe d'indétermination d'Heisenberg a été une grande révolution en physique et mathématique, voire en philosophie[1]. Il a suscité une littérature chez les scientifiques et les philosophes démontrant toute l'importance des conclusions du physicien. Il a interpelé les croyances de la physique classique liée à une philosophie déterministe et à son atomisme matérialiste[2]. Il a bouleversé le rapport dualiste cartésien entre le sujet neutre et l'objet représenté[3]. Il a modifié le rapport entre les mathématiques et la physique[4]. Il a révolutionné le cadre épistémologique né au milieu du moyen-âge, avec sa foi toute pythagoricienne dans la puissance absolue du calcul déterministe à l'instar des propos de Galilée dans l'Essayeur[5] et du Dieu-Calcul de Nicolas de Cues pour mieux refléter l'imaginaire mathématicien.

Mais ces résultats sont aussi le reflet de l'ontologie cachée du langage mathématique. Nous faisons l'hypothèse de la non-neutralité des

---

[1] Bohr affirme dès l'introduction de son ouvrage Physique atomique et connaissance humaine : « L'étude de la constitution atomique de la matière a révélé en notre siècle une limitation inattendue du domaine où sont applicables les idées de la physique classique. […] Pour comprendre les phénomènes atomiques il est nécessaire de modifier les fondements de l'application non ambiguë de nos concepts élémentaires et cette modification conduit bien au-delà du domaine particulier de la physique. » (1991, 145)

[2] Bitbol, écrit à ce sujet : « Heisenberg a affirmé la nécessité de renouveler la procédure d'objectivation, quitte à faire éclater le cadre ontologique de la physique classique. Dans la mécanique matricielle de Heisenberg, comme l'ont souligné Alain Connes [1990] et Jean Petitot, le domaine d'objectivité n'était plus spatial mais spectral. Les phénomènes objectivés, c'est-à-dire ceux qui sont les invariants des relations cognitives disponibles, n'étaient plus isomorphes à des corps matériels localisés, mais aux intensités et aux fréquences du spectre d'un rayonnement étendu. » in La mécanique quantique comme théorie essentiellement Relationnelle, 2016, Revue du Mauss, n°47 : 75-76

[3] Bitbol décrit bien cette dualité présente jusqu'à Heisenberg : « Lorsqu'un physicien affirme mesurer une variable sur un système physique au moyen d'un appareil de mesure, il a si bien planté le décor d'une relation externe bipolaire que rien ne semble pouvoir entraver la tendance qu'ont ceux qui l'écoutent à hypostasier ces pôles. Le travail de transfiguration sémantique doit alors porter en priorité, et alternativement, sur les deux prétendus relata. D'abord l'appareil, puis le système physique qui est son corrélat. » (2016, 79)

[4] Dans la foulée du célèbre article de Wigner de 1960 : The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, il existe une littérature scientifique foisonnante sur cette intrication entre mathématique et physique pour en comprendre les raisons et les implications dont l'article de Hamming à sa suite.

[5] « La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'Univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. Sans eux, c'est une errance vaine dans un labyrinthe obscure. » (1623)

mathématiques parce que ses limites internes ressortiraient dans les équations du physicien, reflétant les paradoxes internes de la symbolique mathématique. Celle-ci serait porteuse d'une ontologie à laquelle le mathématicien ne prête pas attention. Cette hypothèse vient briser l'entente universelle entretenue depuis les pythagoriciens dans la pensée occidentale. Les mathématiques peuvent être l'objet d'une herméneutique[6], incluant une phénoménologie de l'acte du mathématicien, pour en évaluer ses conditionnalités[7]. Ce sujet rassemble trop de connaissances pour ne pas apporter au lecteur toutes les notes utiles à sa pleine compréhension. Elles sont là pour étayer, éclairer et resituer nous l'espérons, en évitant de parasiter le fil de notre raisonnement.

2. Les fondamentaux du principe d'incertitude

Revenons ici sur les fondamentaux puis approfondissons plusieurs aspects primordiaux qui font débat.

Les travaux de Planck, Einstein, Broglie puis Heisenberg montrent que la nature quantique de la matière entraîne l'équivalence entre des propriétés ondulatoires (fréquence et vecteur d'onde) et des propriétés corpusculaire (énergie et impulsion). La matière apparaît tantôt comme onde, tantôt comme corpuscule. Cette dualité entre l'onde et le corpuscule fut confirmée par de nombreuses expérimentations. Elle met à mal le concept atomique puisque, pour posséder une fréquence et un vecteur d'onde, un objet doit avoir une certaine extension en espace et en temps. Un objet quantique ne peut donc être ni parfaitement localisé, ni avoir une

---

[6] Les logiciens et mathématiciens dont Frege ou Russel affirment l'univocité de leur langage formalisé, chaque signe ayant un sens pur et univoque. Pourtant, le logicien Reymond écrit à ce sujet : « La notion de nombre est de même fort complexe ; car elle désigne un tout organique qui ne se laisse pas définir par une caractéristique unique. Par exemple, il semble qu'à première vue l'on puisse dissocier numériquement les propriétés cardinale et ordinale et définir pour eux-mêmes les nombres cardinaux au moyen de la correspondance univoque et réciproque (puissance) ; mais en réalité cette dissociation est impossible, puisque la correspondance univoque et réciproque est une opération qui exige au préalable celle de colligation et d'ordination. » (1932, 191). L'herméneutique de l'arithmétique s'intéresse ici à la difficulté posée du nombre comme ordinal ou cardinal,

[7] Le diagnostic de Salanskis conclut à la nécessité d'une phénoménologie motivée par la nature des problèmes relationnels entre le langage et l'utilisateur : « Ce sur quoi portent les discussions qui suivent, mettant en jeu les nombres entiers ou les ensembles, est la possibilité de définir un nouveau rapport à de tels objets fondamentaux qui fixe le sens de ces objets et la possibilité de les connaître avec vérité. Le « contenu » du débat sur les fondements est donc rigoureusement phénoménologique et non pas logique où linguistique. » (2013, 43).

énergie parfaitement définie. Le principe d'indétermination énonce donc de façon contre-intuitive, du point de vue de la mécanique classique, que pour une particule massive donnée, on ne peut pas connaître simultanément sa position (corpuscule) et sa vitesse (onde)[8].

De plus, ces travaux montrent que l'observation participe du résultat, au travers de l'instrument de mesure. C'est ainsi qu'Oppenheimer écrit à ce sujet :

> « Rien ne permet de supposer que position et vitesse sont des attributs d'un système atomique dont les uns sont connus et les autres peuvent l'être. On est obligé de reconnaître que toute tentative de détermination des seconds ferait perdre la connaissance des premiers et que l'on peut suivre pour observer l'atome ou le soumettre à l'expérimentation. Nous sommes en présence d'un état de la chose entièrement définie par la nature de l'observation et de son résultat, la première déterminant les propriétés du système qui seront bien définies et celles qui le seront médiocrement, le 2nd mesurant ensuite les quantités bien définies. » (1955, 106).

Il complète son commentaire par une conclusion plus épistémologique actant d'une limitation entre le langage symbolique et la représentation d'un système :

> « Une foule d'étude complexes et détaillées ont été faites sur la façon dont s'opère cette limitation des connaissances dans une expérience. Mais comme le principe de complémentarité et l'inaptitude générale d'un champ d'ondes à décrire les faits sont la base de la description d'observation, ces exemples ne font qu'illustrer et concrétiser une vérité générale : la limitation universelle, contraire à la physique classique, de la possibilité de définir tous les aspects d'un même système matériel dans un cas donné. » (1955, 91).

Heisenberg tire quelques enseignements de ses recherches qu'il convient d'avoir ici à l'esprit. 1) La mathématisation est toujours possible. 2) Un nouvel ensemble conceptuel est requis. 3) La physique est interprétation.

---

[8] Schrödinger l'expose dans Physique quantique et représentation du monde : « L'idéal naïf du physicien classique ne peut être réalisé, il ne sait pas répondre à son exigence selon laquelle en principe il doit être au moins possible de concevoir une information à propos de chaque point de l'espace à chaque moment du temps. » (1992, 47).

1) La mathématisation est toujours possible. Il n'a aucun doute sur le processus et la pertinence absolue du langage mathématique qui sert de référence et d'instrument de quantification et de représentation symbolique des concepts physiques auxquels sont attribués des fonctions[9]. Ses revendications du continuum pythagoricien sont aussi explicites pour acter cette vue d'une physique mathématisable.

2) Un nouvel ensemble conceptuel est requis. Il est clair pour lui que l'essentiel de la rupture est dans le renversement des concepts de la physique classique et d'une histoire de l'atomisme démocritéen, posant l'hypothèse de l'objet élémentaire insécable à partir duquel s'organiserait la totalité du monde. Plusieurs chapitres de Physique et Philosophie [10] attestent de cette révolution conceptuelle avec toutes les difficultés historiques et psychologiques d'une telle révolution sémantique et ontologique[11]. Un tel changement de paradigme inclut une nouvelle herméneutique des concepts. Il s'agit d'en créer de nouveaux, de redéfinir des anciens et de les articuler autrement dans un ensemble théorique : « reflet » mathématique [12].

---

[9] « En particulier en physique le fait que nous pouvons expliquer la nature par de simples lois mathématiques nous dit que nous sommes entrés là en contact avec une caractéristique authentique de la réalité et non avec une chose que nous avons nous-mêmes inventé en quelque sens du terme que cela soit. » (1971, 92) ou « Il est difficile d'étayer cet espoir de simplicité par le moindre argument solide, sauf le fait que, jusqu'à présent, il a toujours été possible d'écrire les équations fondamentales de la physique sous des formes mathématiques simples. Ce fait s'accorde avec la religion pythagoricienne et beaucoup de physiciens partagent leur conviction à ce sujet. » (1971, 77)

[10] Le lecteur se reportera en particulier aux chapitres IV et VI.

[11] Heisenberg développe un propos sur les scientifiques que le psychologue Festinger étudie dans ses travaux sur la dissonance cognitive et ils sont étayés dans notre article La dissonance cognitive et la résistance psychologique : enjeux épistémologiques et politiques in Les Cahiers de psychologie politique, n°37-2020. : « Il devrait être toujours prêt à voir les fondements de sa connaissance changer par suite d'une expérience nouvelle. Mais là encore cette exigence serait une simplification abusive de notre situation dans la vie, et cela pour deux raisons. La première est que notre pensée est déterminée dans notre jeunesse par les idées que nous avons côtoyées à cette époque […] et il est fort possible qu'elle nous rende difficile de nous adapter plus tard à des idées entièrement différentes. La deuxième raison est que nous appartenons à une communauté à une société cette communauté est cimentée par des idées communes… » (1971, 180-181)

[12] Son propos est clair : « Quand les concepts deviennent partie intégrante d'un système d'axiomes et de définition que l'on peut exprimer de façon cohérente par un ensemble mathématique un tel groupe de concepts liés entre eux peut être applicable à un vaste domaine d'expérience il nous aide à trouver notre voie. » (1971, 106)

3) La physique est interprétation. En effet, la seule mathématisation ne suffit pas en physique. Il s'agit de construire des concepts représentables mathématiquement mais dont l'articulation logique produit un ensemble cohérent et signifiant. Et ces concepts sont mis à l'épreuve des expérimentations et des mesures qui viennent corroborer cet ensemble [13]. Il s'agit bien d'interprétation :

> « Depuis le printemps 1927, on a disposé d'une interprétation cohérente de la théorie quantique, fréquemment appelée '<u>interprétation</u> de Copenhague' » (1971, 32)[14].

L'ultime contact avec les réalités tient à l'intermédiation de ces concepts. En exposant les origines de la science atomique, il rappelle les représentations successives, en soulignant sa préférence pour ce qu'il nomme « un point de vue » auquel il associe le terme de « conviction », soit son intuition en la matière [15]. La physique contemporaine est faîtes de controverses herméneutiques sur le sens des concepts et le sens général à donner à un ensemble de phénomènes dans une théorie, soit l'interprétation des mesures, et ce, malgré la mathématisation.

3. Quelques aspects primordiaux

Revenons sur plusieurs aspects primordiaux : 1) la perturbation de la mesure, 2) l'équation à variables liées-conjuguées, 3) la logique-représentation de l'identité et du flux.

1) **La perturbation de la mesure** modifie le rapport d'un sujet à un objet au lieu et place d'une hypothétique relation neutre et objective qui n'affecterait ni l'observateur apathique, ni la chose observée en vertu du sacro-saint principe de neutralité axiologique. Si la perturbation de la

---

[13] Heisenberg fait référence à une notion de test et non pas d'expérience cruciale : « Cette interprétation subit son test crucial durant l'automne 1927 à la Conférence Solvay à Bruxelles. » (1971, 32). Le test tient à une discussion entre pairs spéculant sur leurs interprétations diverses, voire opposées à partir d'un même matériau scientifique de données et d'expériences. L'interprétation et la discussion portent bien sur les concepts.

[14] Le chapitre III suivant a pour titre : « L'interprétation de Copenhague ». Ce terme est très fréquent dans tout l'ouvrage.

[15] « Dans le 2e cas, toutes les particules élémentaires pourraient se réduire à une substance universelle que nous pouvons appeler énergie ou matière […] Ce dernier <u>point de vue</u> correspond naturellement à la doctrine d'Anaximandre et je suis convaincu qu'en physique moderne c'est ce <u>point de vue</u> qui est le bon. » (1971, 61)

mesure était simplement considérée en de nombreux domaines comme secondaire ou marginale, les philosophes, a minima, savent qu'il n'en est rien[16]. La physique découvre que l'instrument de mesure interagit avec son objet, à tel point qu'il en devient complexe de rendre compte de l'objet de manière complète par une seule mesure dans un cas donné. Bohr propose alors la notion de complémentarité qui fait abandonner l'illusoire regard univoque et panoptique[17]. Voilà bien un début d'herméneutique, lorsqu'il faut multiplier les témoignages selon des points de vue complémentaires. La tradition hébraïque avait déjà fixé les pratiques des témoignages complémentaires, dont les Evangiles chrétiens ont perpétués la tradition apportant chacun un regard sur un même événement[18], à l'instar de la complémentarité de Bohr. En épistémologie, l'étude de la relation cognitive individuelle et de l'élaboration d'une connaissance collective requièrent cette relation de l'humain à son expérience et à sa complémentarité. Plus encore, la multiplication des perspectives est une discipline de pensée dont Grothendieck[19] documente

[16] Le lecteur peut consulter notre article De l'impossible neutralité axiologique à la pluralité des pratiques, in Et si la recherche scientifique ne pouvait être neutre ? où nous développons l'impossible non-intentionnalité du savant.

[17] Bohr multiplie les propos concernant cette perturbation de la mesure obligeant à procéder par complémentarité. Citons par exemple : « L'élucidation des paradoxes de la physique atomique a révélé le fait que l'interaction inévitable entre objets et appareils de mesure fixe une limite absolue à notre possibilité de parler d'un comportement des objets atomiques qui soit indépendant des moyens d'observation. Nous nous trouvons ici en face d'un problème épistémologique tout à fait nouveau pour les sciences de la nature. » (1991, 184) ou : « Dès que nous nous occupons de phénomènes tels que les processus atomiques individuels qui, de par leur nature même, sont essentiellement déterminés par l'interaction entre les objets étudiés et les appareils de mesure nécessaires pour définir les conditions de l'expérience, nous devons examiner de plus près quel genre de connaissance nous pouvons obtenir ainsi des objets. » (1991, 185)

[18] Bitbol met en avant la notion de relation cognitive et souligne à quel point elle est jugée consubstantielle à l'expérimentation atomique par certains physiciens dont ici Bohr : « L'un de ces courants souligne par-dessus tout, avec Bohr, l'impossibilité de séparer dans le phénomène ce qui revient à un objet et ce qui revient au dispositif expérimental. L'idée est ici que le phénomène porte la trace ineffaçable de la relation cognitive d'où il émerge ; qu'on ne peut pas faire suffisamment abstraction de la relation cognitive pour détacher de son produit phénoménal une détermination traitable comme si elle appartenait en propre à un objet. ». (2016, 69)

[19] Dans Récoltes et Semailles, le mathématicien écrit : « « Ainsi, le point de vue fécond n'est autre que cet "œil" qui à la fois nous fait découvrir, et nous fait reconnaître l'unité dans la multiplicité de ce qui est découvert. Et cette unité est véritablement la vie même et le souffle qui relie et anime ces choses multiples. Mais comme son nom même le suggère, un "point de vue" en lui-même reste parcellaire. Il nous révèle un des aspects d'un paysage ou d'un panorama, parmi une multiplicité d'autres également valables,

l'importance dans l'exercice de l'inventivité mathématique. Alors, comment ne pas interroger l'instrument de formalisation qui prête sans doute lui-même à interprétation : les mathématiques ?

A contrario, il faut reconnaître que le physicien continue à lui prêter ce statut quasi-théologique. A cet égard, Bohr perpétue aussi le projet galiléen d'un dont il dit :

> « Le but de toute expérience de physique est d'obtenir des connaissances dans des conditions reproductibles et communicables. » (1991, 185)[20].

Le physicien interroge peu l'hypothèse de la répétition alors qu'elle constitue une thèse métaphysique et en aucun cas un fait d'observation, de même de la congruence[21]. Or, cette double thèse est inhérente au projet des physiciens modernes[22]. C'est pourquoi, l'enquête sur les limites internes du langage mathématique devient déterminante.

également "réels". C'est dans la mesure où se conjuguent les points de vue complémentaires d'une même réalité, où se multiplient nos "yeux", que le regard pénètre plus avant dans la connaissance des choses. Plus la réalité que nous désirons connaître est riche et complexe, et plus aussi il est important de disposer de plusieurs "yeux" pour l'appréhender dans toute son ampleur et dans toute sa finesse. » (41)

[20] Whitehead rappelle bien que le principe de répétition est fondateur de l'esprit scientifique et qu'il exclut par construction l'hypothèse d'une création continuée : « De tous côtés, nous rencontrons des phénomènes répétitifs. Sans les répétitions, le savoir serait impossible ; rien ne pourrait, en effet, être rapporté à notre expérience passée. En outre, sans une certaine régularité des phénomènes, toute mesure serait impossible. Dans notre expérience, la répétition est essentielle à la notion d'exactitude. » (1994, 50)

[21] Einstein à l'honnêteté intellectuelle de bien situer cela au niveau de la croyance inspiratrice de la démarche scientifique présumant l'ordre répétitif et calculable : « Sans la <u>croyance</u> qu'il est possible de saisir la réalité avec nos constructions théoriques, sans la <u>croyance</u> en l'harmonie interne de notre monde, il ne pourrait y avoir de science. Cette <u>croyance</u> est et restera toujours le motif fondamental de toute création scientifique. » (1983, 276) En effet, le postulat d'un invariant constitue une thèse métaphysique tout autant qu'une expérience de pensée à la recherche d'une constance en des objets de pensée dont les symboles sont constants dans leur signification-identité.

[22] Gadamer explicite cette double limite qui fait du projet d'actualisation-totalisation de la représentation mathématique du monde un paradoxe, voire une contradiction, et certainement un inaccessible du fait de son inachèvement hic et nunc : « Même le monde de la physique ne peut aucunement prétendre s'identifier à l'ensemble de l'étant. Car même une équation du monde, dans laquelle tout existant viendrait figurer, au point même que l'observateur du système serait pris dans les équations du système, présupposerait encore le physicien qui, en sa qualité de calculateur, ne se réduirait pas à une des choses calculée. Une physique qui serait l'objet de son propre calcul, tout en restant l'acte même de calculer, resterait une contradiction dans les termes. Il en va de

2) **l’équation à variables liées-conjuguées**

L’architecture arithmétique rencontre des limites. En effet, la difficulté à rendre compte de la position et de la vitesse dépasse celle de la mesure perturbante. En un cas donné, selon l’expression de Bohr, soit en une équation donnée, il est tout à fait impossible de préciser simultanément la valeur des variables qui sont liées et dont la précision renvoie à l’imprécision des autres. L’équation est limitée à informer de la position en désinformant sur la vitesse ou l’inverse. Cela reflète une limite interne à l’équation dont les variables ne peuvent être simultanément précisées.

Le physicien oublie que l’identité de l’objet observé reflète celle des objets symboliques qui les représentent. Les symboles mathématiques et les objets physiques ont en commun d’être les fruits d’une pensée atomique postulant la primauté de l’élémentaire. Or, cet atomisme n’est qu’une manière de pensée postulant l’unité élémentaire des entiers naturels. Elle se retrouve dans toutes les logiques : dans la théorie des ensembles avec l’élément, dans la logique des prédicats avec les fonctions de la variable primitive x ou dans la logique propositionnelle avec p [23]. Une pensée pose ses objets élémentaires.

Or, première limite, chacun des signes renvoie à un élément primitif en ignorant ce qu’il en est de l’infini qu’il n’est pas. Chaque symbole, pour être opérant est délimité, pour avoir un sens. Donc, toute définition laisse indéterminée ce qu’elle ne définit pas [24]. Les mots qui

même de la biologie qui explore l'espace vital de tout vivant et donc aussi celui de l'homme. » (1976, 305).

[23] Husserl explique que : « Chaque objet considéré d’un point de vue formel n’est autre que le simple nœud d’un réseau de relations, c’est-à-dire dans la forme relationnelle où les objets peuvent être situés […]. Si nous définissons une multiplicité, nous définissons un domaine d’éléments par le biais de leurs relations. » (1975, 535-539)

[24] Il est intéressant de rappeler le paradoxe de Hempel qui illustre bien une partie de la difficulté d’un langage définitionnel : « Tous les corbeaux sont noirs » est équivalent à « Tout objet non noir est autre chose qu'un corbeau », par contraposition. La limite de la première définition conduit à une contreproposition qui commet l’erreur de mettre en équivalence corbeau et objet ou chose à la manière de la théorie des ensembles. Deux limites : 1) Il existe des corbeaux adultes albinos et les corbeaux à la naissance sont gris bleu. Le corbeau blanc ne serait pas un corbeau et le petit du corbeau ne serait pas un corbeau. D’une définition fausse, on tire une contreproposition fausse. 2) Même si la première proposition était valide, la seconde n’apprend rien sur l’objet. Qu’est-ce qu’être autre chose qu’un corbeau ? La définition suppose un univers d’alternatives, ici indéfinies.

servent à définir l'un d'eux sont réputés déjà définis ou connus par d'autres mots qui les définissent. Il en est de même des quatre notions élémentaires de la théorie des ensembles : élément, ensemble, propriété et appartenance. Les mathématiques posent des concepts : entiers, opération, ensembles, dans un langage ordonné. Et chaque terme prend une acception différente selon des conventions syntaxiques sans lesquelles le désordre serait immédiat [25]. L'arithmétique est un langage avant d'être un calcul.

3) **la logique-représentation de l'identité et du flux**

Les symboles sont donc toujours incomplets[26] puisqu'on les compose dans un système langagier destiné à des expressions et des créations. Et cette complexification suppose la perception des ensembles[27]. C'est bien l'application de la soustraction qui engendre les nombres négatifs. C'est bien celle de la division qui produit les décimaux. En introduisant des opérations, la définition initiale du nombre entier ne suffit plus pour dire les nombres qui se multiplient.

Il est temps d'aller au cœur de la difficulté des physiciens. Ils se rapprochent des paradoxes mathématiques et logiques par un usage toujours plus invasif des mathématiques. Cette mathématisation de la

---

[25] Faut-il rappeler l'existence de la convention syntaxique PEMDAS (parenthèse, exposant, multiplication, division, addition, soustraction) qui priorise l'exécution des opérations car des propositions arithmétiques sont indécidables à l'instar de 6 : 2 (1+2) = 1 ou 9, selon l'ordre d'exécution des opérations. L'algèbre élémentaire prête à confusion. Il faut des conventions pour produire un même résultat.

[26] Depuis Nicolas de Cues, il est connu que l'objet mathématique est limité : « « En effet, tous les objets mathématiques étant finis, - et on ne saurait les imaginer autrement -, si nous voulons nous servir, comme exemple, de choses finies dans notre ascension vers le Maximum absolu, il faut : premièrement, que nous considérions les figures mathématiques finies avec leur propriétés et leurs raisons ; deuxièmement, que nous transposions ces raisons en les faisant correspondre à des figures infinies ; troisièmement, que ces figures soient transposées avec encore plus de hauteur au niveau de l'Infini simple et détaché de toute figure.» (2011, 82). Il y a une difficulté épistémologique, logique et phénoménologique à laisser supposer qu'un signe situé dans un espace scripturaire puisse transcender la nature même de ce qu'il est, jusqu'à symboliser au-delà même de sa portée élémentaire alors qu'il reflète une conditionnalité de la construction de la pensée elle-même et qu'il faut plusieurs signes pour signifier une équation par exemple. Il faut relire Le visible et l'invisible de Merleau-Ponty sur le rendre visible l'invisible ou dicible l'indicible.

[27] Les travaux de Dedekind illustrent bien cet engendrement réfléchi en vertu d'exigence d'ordre et de continuité logique des raisonnements, ceux-ci assurant la cohérence formelle au-delà des intuitions.

physique [28] conduit à refléter l'ontologie cachée de ce langage. Montrons comment une limite du langage mathématique produit la conclusion de la physique quantique, voire d'autres dans le futur.

4. Les limites internes du langage mathématique : cardinal et ordinal

Nous affirmons ici que les nombres ne sont pas des « êtres » à part, des illuminations évidentes rendant inutile toute question sur ce langage symbolique. Cette tradition a dominé la pensée européenne par l'héritage pythagoricien qui a retrouvé toute sa vigueur dès l'époque médiévale[29]. A tel point, que la vérité de foi se déplace en une vérité du signe chez les théologiens eux-mêmes dont l'emblématique Nicolas de Cues[30]. La science moderne serait une inavouable théologie de

[28] Le physicien et mathématicien Penrose est très clair à ce sujet : « L'un des caractères les plus remarquables du cosmos est la manière dont il semble s'enraciner dans les mathématiques avec une précision extrême. A mesure que s'accroît notre compréhension du monde physique et que nous pénétrons les lois de la nature plus profondément, il semble que le monde physique s'évapore davantage, pour ne presque plus nous laisser que des mathématiques. Plus notre connaissance des lois physiques s'étend et s'épure et plus nous sommes conduits vers le monde des mathématiques et de leurs concepts. » (1999, 18-19).

[29] Le lecteur gagnera à lire notre article Généalogie et limite de la rhétorique des nombres, in *Argumentum*, 2019, n°17 : 36-56. Rappelons ici que la tradition prête à Pythagore la formule : « Tout est nombre » qu'Aristote explique en ses termes : « Voici donc leur doctrine : Le nombre est le principe des êtres et en quelque sorte leur matière, il en fait les modifications et les états ; les éléments du nombre sont le pair et l'impair, l'un est déterminé, l'autre est indéterminé. » (*Métaphysique*, I, V). Il précise aussi : « « Voyant que la plupart des modifications des nombres se présentent dans les corps sensibles, ils ont établi que les nombres font la réalité des êtres ; ils ne les en séparent point, mais croient les êtres constitués par les nombres. » (*Métaphysique*, XIII, III). Les nombres entiers représentent entièrement la nature auxquels sont associés des figures géométriques d'où cette symbolique ésotérique créatrice d'une théorie mystique des figurations et de leurs rapports algébriques et géométriques.

[30] « De toutes les œuvres de Dieu, il n'est de connaissance précise qu'en lui qui en est l'auteur ou, si nous en avons quelque idée, nous la tirons du symbole et du miroir bien connu de la mathématique. […] Tout bien considéré, donc, nous n'avons rien de certain dans notre science que notre mathématique et c'est elle qui est notre symbole pour aller à la chasse des œuvres de Dieu. » (1983, 22) Nous empruntons cette remarquable citation à Cassirer qui fait état de cette divinité du calcul ou le Dieu-Nombre devient le Nombre divin jusqu'à la sacralisation des mathématiques qu'il met en évidence dans *Individu et Cosmos dans la philosophie de la Renaissance*, 1983, Editions de Minuit, où il fait référence à l'œuvre *De mathematica perfectione* de Nicolas de Cues

substitution comme l'a si brillamment montré Whitehead[31]. Commençons par indiquer en quoi elles sont un langage avant d'aborder le dilemme des ordinaux et des cardinaux. Procédons en trois temps : 1) les mathématiques sont un langage, 2) les mathématiques sont limitées, 3) les mathématiques sont narratives.

1) les mathématiques sont un langage[32] car le mathématicien déploie des attitudes pour constater ensuite les difficultés qui sont devant lui[33]. L'élément atomique de la théorie des ensembles est une fiction de nombre sans valeur, chaque élément prenant toute valeur dans une série. L'élément précède le nombre pour tenter de contourner le paradoxe de l'ordinal et du cardinal que nous allons développer ensuite. En s'évitant de dire que le nombre est le premier symbole, le concept d'élément tente de restaurer l'univocité par une abstraction encore plus fantomatique. En effet, l'ensemble devient élément d'un autre ensemble faisant émerger un nouveau concept de sous-ensemble qui est élément d'un ensemble. A qui examine avec attention ces concepts, le paradoxe russellien n'est qu'une conséquence interne de la définition duale de l'élément-ensemble et de l'ensemble-élément. La double définition induit le paradoxe russellien bien connu. La feinte russellienne est alors illusoire. Tout mouvement de

[31] Whitehead écrit dans La science et le monde moderne : « Il ne peut exister de science vivante sans une profonde foi instinctive en l'existence d'un ordre des choses, et en particulier, d'un ordre de la nature. » (1994, 20) Il poursuit : « La science resta fidèle à ses origines. Elle demeura avant tout une réaction antirationaliste, se fondant sur une foi naïve. Elle a emprunté sa dialectique aux mathématiques – vestige du rationaliste grec adhérant à la méthode inductive. La science répudie la philosophie. En d'autres termes, elle ne s'est jamais souciée de justifier sa foi ni d'expliquer son sens. » (1994, 33)

[32] Grothendieck dit bien que les mathématiques sont un langage créateur et en création : « Ainsi sommes-nous amenés à constamment "inventer" le langage apte à exprimer de plus en plus finement la structure intime de la chose mathématique, et à "construire" à l'aide de ce langage, au fur et à mesure et de toutes pièces, les "théories" qui sont censées rendre compte de ce qui a été appréhendé et vu. Il y a là un mouvement de va-et-vient continuel, ininterrompu, entre l'appréhension des choses, et l'expression de ce qui est appréhendé, par un langage qui s'affine et se recrée au fil du travail, sous la constante pression du besoin immédiat. » (48)

[33] Nous partageons le diagnostic de Ladrière à ce sujet qui décrit en phénoménologue cette pratique mathématique : « la pensée mathématique recourt non pas à une méthode de réflexion mais à une méthode d'objectivation ; pour se critiquer, elle n'essaie pas de se ressaisir dans son acte même, elle s'efforce de transposer ses opérations dans une structure objective et de résoudre les difficultés devant lesquelles elle se trouve en imposant à cette structure des propriétés adéquates. » (1957, 439)

pensée crée cette dialectique de l'objet ouvert à une relation qui le projette et le transmute [34].

C'est là la deuxième raison. Le langage mathématique est constitué de premiers objets avec des principes illusoires qui les sous-tendent [35]. A tel point d'ailleurs, que les premiers principes n'existent toujours pas : crise des fondements, malgré les travaux de Peano[36], Frege ou Russell, butant tous sur des paradoxes en prétendant prouver leur simplicité première. La crise des fondements, toujours irrésolue invite à quelques modesties. Tout langage est fini, par les limites internes des symboles qui opèrent, et il est infini, pour ne pas dire entropique, parce qu'il ouvre à une infinité de combinaison, à créer puis à interpréter. D'ailleurs, cette prétention pythagoricienne est elle-même très contestée par des mathématiciens [37]. Ses symboles n'ont donc rien de supérieur aux autres langages car la promesse de leur supériorité et pureté par leur

[34] Le lecteur peut lire notre article consacré à la logique des objets relationnels : Des limites de l'arithmétique de Peano à la pensée spéculative des objets relationnels dans *Argumentum* numéro 14.2, Décembre 2016 : 27-45

[35] Mieville le résume très brillamment : « « La théorie standard des systèmes formels du premier ordre est inséparable de sa présentation, de choix catégoriels ainsi que des limites qui tracent une frontière stricte entre langue et métalangue, entre syntaxe et sémantique. Cependant la sélection des concepts premiers privilégiés dans les bases axiomatiques révèle un choix logique mutilant. Il est vrai que ces frontières ainsi construites se justifient pleinement eu égard à l'enjeu déterminé par la problématique mathématique fondationnelle à l'origine de cette grande réflexion. Mais ces choix occultent toute une réflexion logique. Ainsi, la logique standard des propositions et des prédicats du premier ordre apparaît comme la référence incontournable. Comme telle, cette base logique impose un style et des choix particulièrement restrictifs : les catégories logiques sélectionnées sont limitées, les directives inférentielles d'élimination et de généralisation suffisent à l'appareil déductif, les notions ensemblistes fondamentales ne sont pas considérées de manière basique et la sémantique apparaît à l'image d'un univers ensembliste pseudo-objectuel nécessitant la présence d'au moins un « objet » dans le « monde ». Ces logiques considérées dans l'édification de la théorie des systèmes formels ne sont donc pas des logiques libres, ni d'ordre supérieur, ni universelles, ni ontologiquement neutres. Elles sont certes suffisantes pour fonder la théorie des systèmes formels au sens où nous la connaissons, mais elles y induisent des limitations et des frontières. » (2019-55)

[36] Consulter l'article sur les tentatives de fondation de l'arithmétique chez Peano en particulier dans Des limites de l'arithmétique de Peano à la pensée spéculative des objets relationnels, in Revue *Argumentum* 14 (2) : 26-44, 2016

[37] Patras l'expose dans La pensée mathématique contemporaine où il introduit et argumente autour de cette affirmation : « La pensée mathématique ne prétend plus à une universalité inconditionnelle, comme ce fut un moment le cas : l'idée d'une reconduction des sciences de la nature à des modèles exclusivement mathématiques selon les canons du réductionnisme classique est devenue intenable. » (2001, 9)

univocité, tant revendiquée par Frege ou leur évidence tant affichée par Poincaré n'existent pas. Or, le pythagorisme pose une ontologie sans jamais expliquer ses références non-spécifiées, soit les implicites qui gouvernent sa pensée [38]. Et les physiciens subissent le jeu mathématique, se dispensant d'examiner ses concepts.

Enfin, pour une dernière raison, elles ne sont pas un langage en dehors de la vie. Husserl a permis de voir la visée de ce langage-limite et comment ce dernier tentait d'échapper au monde de la vie. Mais à sa suite, Ladrière étudie la pratique du mathématicien et sa limite phénoménologique. Elle est dans une durée, dans une histoire, pourvue d'une intention. L'examen de cette pratique par des philosophes des mathématiques apporte une autre vue sur ces objets [39].

2) les mathématiques sont limitées[40]. Cela se confirme dans les inégalités d'Heisenberg. Commençons par examiner cette difficulté interne, le plus souvent pieusement occultée de l'arithmétique : le nombre est à la fois ordinal et cardinal. Il dit à la fois une somme et une position. Le cardinal exprime la quantité d'éléments dans une collection qui constitue un ensemble en vertu d'une propriété. L'ordinal exprime une

---

[38] Patras le dit très clairement : « Les mathématiciens sérieux n'auraient pas à se préoccuper de philosophie, sinon peut-être à titre privé et sans que cela interfère avec leur écriture mathématique. C'est bien évidemment un choix illégitime, car toute forme de mathématiques est gouvernée par des options épistémologiques qui, pour demeurer tacites, n'en sont pas moins décisives dans l'orientation thématique et programmatique des travaux. » (2014, 88).

[39] Salanskis expose la problématique d'une intelligence des objets mathématiques : « Ceci amène à poser les objets de la mathématique comme les membres d'une strate particulière de la réalité, que l'on ne tarde pas à reconnaître comme, nécessairement, une strate d'objet supra-sensible. […] Mais si des objets supra-sensibles sont posés, alors la difficulté est que nous ne comprenons plus du tout de quelle manière nous pourrions acquérir une information à leur sujet, puisque, se situant hors du sensible, ils n'entrent par définition dans aucune interaction avec nous. L'exigence sémantique de position d'objets pour satisfaire à une conception externaliste de la vérité entre donc en contradiction avec l'exigence épistémologique suivant laquelle nous devons comprendre la possibilité de notre connaissance. » (2013, 27)

[40] Le mathématicien Hamming (1915-1998) s'interroge autant sur l'efficacité que sur la limite dans son article La déraisonnable efficacité des mathématiques publié en 1980 : « Si l'on veut généraliser, la quasi-totalité de notre expérience dans ce monde ne relève pas du domaine des sciences ou des mathématiques. En outre, nous savons (du moins nous pensons savoir) que, d'après le théorème de Gödel, il y a des limites bien définies à ce que la manipulation de symboles logiques permet, qu'il y a des limites au domaine des mathématiques. Ce fut un réel acte de foi de la part des scientifiques que de construire un monde qui puisse être expliqué en des termes simples qui permettent une manipulation par les mathématiques. Quand on se rend compte de tout ce à quoi la science n'a pas encore répondu, ses succès paraissent bien moins impressionnants. »

position relative, un classement, soit l'ordre d'apparition dans une série. Dans le premier cas, il s'agit bien d'un ensemble d'éléments, dans le second, il s'agit bien d'un élément pris pour lui-même mais rapporté à un contexte, celui de la série dans laquelle il apparaît à une position particulière. Les entiers apparaissent en vertu d'un ordre, c'est la collection ordonnée. Or elle est impensable sans une asymétrie temporelle présente dans la relation cognitive qui fait émerger la collection structurée, soit la consistance de la durée dans la pensée faisant mémoire dans cette cumulation. Si le second élément devient le deuxième (ordinal) ou constitue l'ensemble de deux éléments (cardinal), il est paradoxalement un élément et un ensemble (paradoxe des ensembles déjà présent dans l'analyse de l'arithmétique élémentaire).

Comment passer de l'ordinal au cardinal, car c'est bien un seul et même signe auquel on attribue par la pensée, tantôt la valeur d'ordinal ou de cardinal par l'intrusion d'un acte d'interprétation, ou de dotation-donation du sens ; soit une herméneutique en acte sur son objet ? Quelle est alors la pratique du mathématicien ? L'ordinal et le cardinal composent bien en même temps une dimension quantitative et l'autre qualitative ou situationnelle, faisant de chaque nombre une position ou unité numérique en étant une quantité résultant d'une sommation jusqu'au cardinal. Le nombre est donc bien paradoxal.

Chaque nombre pris en ordinal est égal à un autre. Il est une position dans une collection ordonnée. En même temps, ils sont différents pour maintenir une position imaginaire dans un espace-temps de la pensée. La position dans la collection renvoie chaque terme à son statut d'atome logique unitaire. Pris en cardinal, chaque nombre qui précède se dissout dans le dernier qui fait cardinal de l'ensemble d'éléments. Le nombre est à la fois un élément ordonné et un cardinal d'une collection interrompue dans une série, ce qui résulte d'une autre opération cognitive, par interruption intentionnelle où cette démarche de cognition situationnelle arrête la collection par un mouvement de la pensée dans son espace-temps imaginaire [41]. Ne pas s'interroger sur l'interaction de la cognition avec ces opérations mentales qui produisent une succession de fictions, c'est ne pas

---

[41] Cassirer note bien ce déplacement vers la pure logicisation par la prééminence de la mesure : « Il en résulte que, comme ce qui est mesuré est illimité en nombre, ce qui mesure peut aussi se présenter et se comporter suivant des biais infiniment nombreux et divers. L'unité, qu'il nous faut chercher et postuler, ne réside ni dans l'un ni dans l'autre membre, mais seulement dans la forme de leur connexion réciproque, c'est-à-dire dans les conditions logiques de l'opération de la mesure elle-même.' (2000, 40)

s'interroger sur les limites logiques des outils de pensée et de représentation et en subir ensuite les paradoxes conceptuels. Voyons.

En effet, cette double définition montre bien que la relation de la position à la somme fait reflet à la relation de la position à la vitesse qui est aussi collection de positions prises dans un intervalle de temps. La temporalité physique reflète la temporalité mentale opérant des nombres. La seconde est incalculable sans l'élément, mais l'élément est aussi une somme, fusse-t-elle l'unité élémentaire promise par sa répétition à d'autres cardinaux. Cette configuration signifie bien que le mathématicien manipule des symboles non-univoques dont l'appréciation dépend de sa propre relation cognitive à un instant T avec le symbole. Cette alternative-bifurcation de sens et d'usage est le propre de la pensée mathématicienne qui modifie le sens d'un même objet symbolique en vertu d'un usage immédiat qui se dispense de rendre compte de son acte herméneutique. L'atome logique a deux significations-dimensions en vertu de son contexte propositionnelle, dépendant de l'intention de son utilisateur à un moment donné. Le paradoxe de Russell réitère d'ailleurs celui des ordinaux et des cardinaux, pensant de prime abord s'en libérer, c'est un échec.

3) les mathématiques sont narratives. Ses limitations internes résultent d'une histoire, plus précisément d'une mémoire agissante en une pensée intentionnée. Qu'en est-il alors des conditions de la pensée du mathématicien pour penser l'ordinal et le cardinal ? Pour pouvoir dire d'un atome logique (nombre, point, élément) qu'il est le $N^{\text{ième}}$, il est nécessaire d'avoir parcouru les précédents dans un ordre où il existe un premier terme mémorisé, soit un acte de pensée pour ne pas dire de jugement. Il y a d'emblée des intentionnalités dont l'historicité et la volonté. Chaque élément a été pris pour lui-même, mais il a aussi et en même temps été considéré comme membre d'un ensemble. Ce $N^{\text{ième}}$ est présenté en tant qu'élément de la série dans sa position, mais pour le penser à sa position, il faut aussi le penser relativement à ce semblable réputé premier. Et pour considérer l'autre élément pourtant identique au $N^{\text{ième}}$ dans une série, il faut avoir le sens de l'ordre de cette série. Celui-ci se pense avec la vue de l'ensemble pris dans une autre acception transcendant chacun des éléments. Il faut alors un concept préalable à l'énumération, un point de départ qui est plus dépendant du penseur en acte que du pensé qui n'est peut-être pas sujet d'un commencement : le premier point d'un segment de droite, le premier entier naturel, etc. Si chaque point d'un segment de droite est un point situé et positionné, le premier est décrété premier relativement au segment par la vue antérieure et panoptique de l'observateur. La synthèse a précédé l'analyse. Ainsi,

aucune grandeur ou mesure n'a de consistance sans son unité de référence atomique et un point de référence incluant cette vue chronologique intentionnée. Il y a là une histoire qui s'écrit. Cette idée de grandeur chère à Descartes suppose donc un commencement en acte et un terme délibéré assorti d'une mémoire dans une narration de la grandeur. Celle-ci est une relation historique à sa propre pensée décrivant et révélant l'extension. L'imaginaire du mathématicien se déploie donc bien dans un espace-temps narratif. L'arithmétique est alors une narration des grandeurs, une généalogie quantitative des éléments en une mémoire agissante.

Le logicien Reymond [42] rappelle à juste titre cette identité fondatrice, première mise en ordre que la psychologie génétique connaît bien dans la construction de soi et la construction des premières représentations du monde des objets et des personnes par la constance de la dénomination. Le mathématicien entretien un rapport cognitif spécifique à l'objet qu'il développe dans son imaginaire. Il sélectionne une attitude et un type d'exercice parmi des options. Cela montre que la connaissance de soi et des objets est une seule et même démarche de connaissance, comme nous le rappelle Tillich [43].

5. Le reflet [44] des limites de l'arithmétique dans le principe d'indétermination

L'arithmétique élémentaire pose donc cette unité atomique du nombre entier et Démocrite pose tout aussi arbitrairement le concept

[42] Reymond résume ce phénomène de congruence dans son chapitre sur la vérité et la logique normative faisant jonction entre les faits et les actes de l'intelligence : « Le principe d'identité, par exemple, suppose que dans l'acte instantané du jugement les concepts envisagés restent identiques à eux-mêmes. » (1932, 41).

[43] Tillich écrit à propos de la méthode puis de la connaissance : « Une méthode n'est pas un « filet indifférent » dans lequel on attrape la réalité ; elle est un élément de la réalité elle-même. Sous au moins un angle, l'exposé d'une méthode expose un aspect décisif de l'objet auquel on l'applique. La relation cognitive elle-même, indépendamment de tout acte particulier de connaissance, dévoile quelque chose de son objet aussi bien que de son sujet. » (2000, 89) et : « La connaissance est une forme d'union. Dans tout acte de connaissance, celui qui connaît et ce qu'il connaît s'unissent, et surmontent la coupure entre le sujet et l'objet. Le sujet « saisit » l'objet, l'adapte à lui-même, et en même temps s'adapte à l'objet. » (2000, 134)

[44] Heisenberg utilise même cette notion de reflet : « Mais le changement discontinu de la fonction de probabilité se produit en même temps que l'acte d'enregistrer, car c'est le changement discontinu de notre connaissance au moment de l'enregistrement qui a son reflet dans le changement discontinu de la fonction de probabilité. » (1971, 51)

d'atome [45] sans jamais l'avoir fondé explicitement. Il existe là un premier reflet entre la définition de l'unité élémentaire de l'arithmétique ou de la logique russellienne dans le premier ensemble des entiers naturels et la définition de l'unité élémentaire de la physique. C'est l'atomisme. Or, l'indétermination d'Heisenberg révèle l'ontologie cachée de l'imaginaire mathématicien, soit l'absence d'identité-individuation en arithmétique, manifestant la dualité interne du nombre ordinal et cardinal, l'atomisme démocritéen contredisant les symboles logiques et arithmétiques [46]. Et ce reflet des limites tient à quatre dimensions de l'identité évanescente et très conjoncturelle du nombre : 1) son identité aléatoire, 2) son identité dialectique, 3) son identité contextuelle et 4) son identité négative ontologiquement.

1) son identité aléatoire tient au fait que l'atome logique, nombre ou élément dans la théorie des ensembles n'a pas de définition stable. L'entier naturel, base de l'arithmétique est d'abord l'unité insécable. Or, elle se dédouble en un binaire, puis se divise et les opérations font émerger les autres ensembles numériques dont les décimaux par exemple qui ne respectent plus la définition initiale [47]. L'unité est insécable puis

---

[45] Bohr souligne qu'en dernière instance, le principe de cohérence et le formalisme mathématique prévalent, sans même leur appliquer sa proposition précédente. Incohérence inédite en deux propositions qui atteste de la « sacralisation » des mathématiques chez les physiciens : « Il n'est guère possible d'avoir confiance en des principes ancrés par l'habitude, quels qu'ils soient et quelle que soit leur généralité : une seule exigence subsiste, éviter les inconsistances logiques, et l'on peut dire que, sous ce rapport le formalisme mathématique de la mécanique quantique est entièrement satisfaisant. » (1991, 231)

[46] Schrödinger écrit de manière catégorique : « Il n'est nullement question ici de dire que nous sommes capables d'affirmer l'identité dans certains cas et que nous en sommes incapables dans d'autres cas. Il est hors de doute que la question de l' « identité », de l'individualité, n'a vraiment et réellement aucune signification. » (1992, 37) Mais comment cela peut-il être vrai pour l'objet physique sans se refléter ou refléter le même constat pour les symboles ?

[47] Reymond explique très bien cette difficulté d'une première série de définitions permettant l'ensemble des entiers naturels, dont chaque définition, à commencer par celle de l'unité devient relative du fait d'une nouvelle opération et de l'émergence de nouveaux ensembles dont les décimaux par exemple : « C'est ce que l'on voit immédiatement, si l'on envisage l'unité primitive non plus dans son rapport additif avec la succession des nombres qu'elle engendre, mais comme étant elle-même divisible. Ce que nous avons le droit de faire puisque cette unité possède un pouvoir de cardination et a forcément une grandeur. Il en résulte que l'indivisibilité qu'on lui avait conférée pour construire les nombres entiers n'était que relative et ne pouvait avoir un caractère absolu[1] ([1] L'unité a ainsi un double caractère qui se marque par deux définitions distinctes : propriété d'un élément discontinu posé comme indivisible (définition Frege-Russell), grandeur divisible (sitôt que le continue intervient). » (1932, 188). Il n'est donc pas vrai

sécable. L’univocité n’est pas permanente et l’unité élémentaire n’est pas un invariant au sens fort de ce qui ne varie pas.

Ce reflet entre fonction et réalité est d’ailleurs posé en théorie chez Schrödinger[48]. Il se prolonge lorsque les difficultés de l'ensemble des entiers naturels obligent à la création de nouveaux ensembles qui subvertissent la définition initiale de l'unité élémentaire des entiers définit comme indivisible. Il en est étrangement de même dans la physique atomique ou face à certaines difficultés émergent de nouveaux ensembles de réalités – toujours réputées élémentaires – qui subvertissent là aussi la définition initiale de l'atome, soit par addition (la chimie), soit par division (la physique atomique). Le parallèle entre ces deux atomismes tient aussi à leur dynamique interne, soit ce processus de division qui conduit à des révisions successives des définitions par des réinterprétations. Et le reflet entre une réalité arithmétique et une réalité physique est affirmé en vertu d’une relation entre les deux atomismes [49]. A cet égard Bohr ne dit pas autre chose [50]. Les physiciens utilisent les mathématiques sans mesurer qu’ils font de la métaphysique, en réduisant les objets à leur mesurabilité jusqu’à faire de la fonction, la réalité par procuration des théorèmes qui ne sont rien que des postulats pythagoriciens [51].

---

de dire que les définitions sont évidentes, simples, univoques ou élémentaires puisqu’elles sont évolutives, dynamiques, complétées, voire contredites par des définitions nouvelles et indispensables à la construction des nouveaux ensembles numériques.

[48] « Théorème 1 : Si nous avons affaire à des fonctions différents, c’est que le système se trouve dans des états différents. Théorème 2 : A une fonction donnée correspond un état donné du système. » (1992, 115). La relation bi-univoque résultant des deux théorèmes expriment bien un reflet réciproque où langage et réalité se rejoignent.

[49] Einstein, Podolsky et Rosen écrivent dans leur célèbre article de 1935 : Description de la réalité physique par la mécanique quantique peut-elle être considérée comme complète ? : « Si, sans perturber en aucune façon un système donné, nous pouvons prédire avec certitude (c'est-à-dire avec une probabilité égale à l'unité) la valeur d'une quantité physique, il existe un élément de réalité physique correspondant à cette quantité. » in *Physical Review* 47, 1935, : 777-780)

[50] « Un des traits fondamentaux de la théorie atomique a toujours été de reconnaître que l'indivisibilité des atomes ne peut se comprendre dans les termes de la mécanique ; et cette situation ne s'est pratiquement pas modifié même après que l'indivisibilité des atomes eut été remplacée par celles des particules électriques élémentaires, électrons et noyaux, constituants des atomes et des molécules. » (1991, 153)

[51] Il est intéressant de mettre en perspective les affirmations suivantes, celle attribuée à Bohr : « Ce qui ne se mesure pas n’existe pas » à celle du théologien Nicolas de Cues (1401-1464) : « Dès lors, la mesure et le mesuré, si égaux soient-ils, demeureront toujours différents. » (2011, 54), sans oublier l’affirmation de Schrödinger : « Nous ne disposons que de nos schémas de calcul pour déterminer le lieu où la nature a fixé la

Ce langage devient tout à la fois l'instrument de travail et le résultat par cette vertu absorbante du monde dont il est l'être et la description[52] ! En cela, les inégalités d'Heisenberg révèlent les défaillances inhérentes aux mathématiques autant que des réalités physiques. La collection émerge par une fiction de la répétition [53] d'un même identique et différent, indiscernable et cumulable. Il était donc prévisible que la physique ne rencontre pas l'atome, car il n'existe pas plus que le nombre qui est une figure temporaire et aléatoire, une fiction qui plus est dialectique.

2) son identité dialectique tient au fait qu'il est toujours en même temps objet et terme, élément et ensemble, ordinal et cardinal[54]. Le nombre n'est pas un atome, c'est une construction synthétique de la pensée dont la complexité est très éloignée de l'univocité. Le nombre est dialectique parce que sa définition est paradoxale. Faut-il convoquer l'inquiétude de Leibniz concernant l'identité des indiscernables et son

---

frontière de l'inconnaissabilité, c'est-à-dire quelle est la meilleure connaissance possible d'un objet. » (1992, 108). L'hypostasie est manifeste là où le théologien maintient une distinction, parce qu'une mesure en vertu d'un critère ne saurait à elle seule représenter un objet qui peut se définir selon plusieurs, voire une infinité de critères simultanément, rendant sa représentation numérique monocritère dès plus limitée, et la somme même possible des critères ne rendant compte de l'objet sans le qualifier et l'expliquer dans ses raisons d'être. La représentation mathématique ne dit pas tout.

[52] Heisenberg perpétue une ontologie mathématique inhérente à l'adéquation d'un ensemble d'expériences à leur représentation logico-mathématique : « En particulier en physique le fait que nous pouvons expliquer la nature par de simples lois mathématiques nous dit que nous sommes entrés là en contact avec une caractéristique authentique de la réalité et non avec une chose que nous avons nous-mêmes inventé en quelque sens du terme que cela soit. » (1971, 92)

[53] Il faut là encore relire les théologiens dont Suarez travaillant la quantité discrète dans sa 41e Disputatio où il évoque le surgissement du binaire, en faisant l'hypothèse que le deuxième n'altère ou n'ajoute rien au premier. Cette hypothèse est une configuration hypothétique de l'imaginaire qui omet que le binaire dédouble, qu'il réplique. Le second fils fait du premier l'aîné et crée une relation entre les deux. Le 2 devient ensemble et le 1 y devient élément de cet ensemble. Sans le binaire, le 1 n'a pas d'ordinal, car être le premier suppose qu'il y ait le deuxième. Le un devient la moitié du deux etc. Suarez fait un choix. Plotin dans sa théorie de l'Un en fait un autre. Les nombres ont à voir avec des spéculations sur les concepts qui les fondent.

[54] Reymond conclut à juste titre : « Ainsi ce qui est la base de nos connaissances mathématiques les plus élémentaires, ce n'est pas un ensemble de données simples et autonomes, mais un certain nombre de concepts synthétiques complexes, qui dérivent eux-mêmes d'expériences complexes sur la réalité. La colligation (opération consistant à choisir et à assembler tout à la fois) et l'ordination supposent l'une et l'autre l'image des données que l'on groupe et range en séries. Ordinal et cardinal tout à la fois le nombre implique aussi bien l'effet d'expérience que les lois de la pensée. » (1932, 178-179)

fameux solo numero[55], soit l'existence même des mathématiques subordonnées à la fiction de cette logique de l'imaginaire qui admet la reproduction de l'unité, soit justement cette ontologie négative qui prive l'unité de son unicité pour en envisager sa reproduction ? Comme le précise Brunschvicg :

> « Mis en présence d'objets fondus dans l'unité d'un genre, nous ne retenons qu'une seule image conceptuelle. Or, le nombre est l'instrument qui, en dépit de cette identité … sera capable de faire obstacle à la fusion mentale. » [56]

Dans la pensée, le nombre dénombre sous réserve qu'un concept tendent à fusionner sous la propriété des éléments ou objets physiques alors dénombrables sans pour autant se dissoudre, le concept ou propriété qui les réunit n'étant qu'une qualité parmi les multiples propriétés qui permettent de toujours les distinguer. Or, quand il ne reste comme objet du dénombrement, que le nombre lui-même, la fusion leibnizienne au nom de l'identité des indiscernables à sa pertinence que les mathématiciens négligent pour sauver la quantité et la quantification ; ouvrant alors l'horizon confus, et selon nous aporétique, pour ne pas dire apophantique des calculs par l'usage de cette identité dialectique. Frege rencontre la même difficulté dans sa notion d'extension du concept, car ce n'est pas le concept qui s'étend, mais des réalités ou fictions que l'on rassemble sous la définition du concept, sans confusion entre le nombre et le concept.

3) son identité contextuelle tient au fait que le système langagier dans ses constructions successives rétroagit pour modifier, altérer, déformer le sens initial en une succession de sens secondaires qui se dérivent d'usages transformant l'objet élémentaire dans le nœud des relations qu'il entretient dans un langage. Il en est des nombres comme des mots. Cette contextualité sémantique et syntaxique modifie les acceptions des symboles. Les mathématiques exigent d'ailleurs en permanence, sans l'ébruiter, une herméneutique et des conventions sur des signes qui renvoient à des concepts. Rien n'est dérivé de manière automatique, tout est construction, pleine de décisions ontologiques.

---

[55] La question de l'identité des indiscernables est abordé par le mathématicien dans Discours de Métaphysique au chapitre IX

[56] Brunschvicg, Les étapes de la Philosophie Mathématique, 1981, Paris, Editions Blanchard, p.479 – édition originale 1912

4) son identité ontologique inspire les physiciens qui s'interrogent sur l'origine de l'efficacité des mathématiques qui seraient le secret ou la part intime du monde. Il faut relire Penrose[57] ou Winger pour comprendre que la portée quasi-métaphysique du nombre est bien présente dans la science contemporaine. Elle l'est depuis Galilée comme l'atteste Cassirer d'ailleurs[58]. Et Cassirer conclut comme Penrose à l'existence d'une béance entre le projet mathématique et l'ultime relation qu'entretient la physique avec une réalité, via la médiation des concepts[59]. Or, justement, résoudre cette béance, c'est asserter que la langue mathématique englobe le monde jusqu'à la dissolution de tout objet. La représentation absorbe son objet jusqu'à faire se confondre les problèmes des sciences « secondaires » dans ceux inscrits dans les paradoxes internes de cette langue mathématicienne, même si le mathématicien rechigne ou répugne à traiter s-ces difficultés, préférant jouer de son instrument. Toutefois, Heisenberg interroge cette dialectique des nombres qui fait prendre le

---

57 « Les lois mathématiques qui reposent sur la notion de probabilité sont tenues de mettre tous les événements possibles sur un même pied, alors que l'unicité est le caractère le plus essentiel de la réalité. Il semblerait que cette unicité soit le seul point d'achoppement par lequel se marque la différence nécessaire entre la réalité physique et un Logos mathématique. Est-ce la béance inévitable à laquelle il fallait s'attendre, à en croire Gödel, Whitehead et aussi Heidegger ? cela signifierait que tout peut être compris dans et par la physique quantique, hormis cette béance. » (1999, 215)

58 « On reconnaît de nouveau combien sont étroitement liées aussi chez Galilée les motivations mathématique et ontologique de sa pensée, combien sa conception et sa détermination de l'être se répercute sur celle de la mesure et comment cette dernière réagit en retour sur la première. La nouvelle mesure, qui a été découverte dans l'inertie et dans le concept d'accélération uniforme implique en même temps une nouvelle définition de la réalité en soi. […] La vitesse d'un système matériel est plus qu'un simple facteur de calcul ; elle lui appartient non seulement de façon effective mais elle en définit même véritablement la réalité, puisqu'elle détermine sa force vive, c'est-à-dire la mesure de son effectivité dynamique. » (2000, 42) Cette mathématisation fait bien passer d'une pensée de la qualité à celle des quantités et grandeurs qui s'y substitue ontologiquement comme Michel Paty le rappelle à juste titre dans un brillant article consacré à La notion de grandeur et la légitimité de la mathématisation en physique : « Une lente transformation des qualités en quantités se produisit … avec les maîtres scolastiques des universités d'Oxford et de Paris .. à l'occasion de l'étude de la variation avec le temps de l'intensité de la « qualité du mouvement, ou vitesse […] La quantification du mouvement effectuée par Galilée correspondait à l'effacement effectif des qualités, le mouvement étant désormais placé sur le même statut ontologique que le repos. » (8)

59 « La pure mathématique peut bien se constituer comme la doctrine idéale de la comparaison et de la connexion des grandeurs en général, comme un système de purs rapports et de fonctions tout en se reconnaissant comme telle de plus en plus clairement ; en revanche, la physique semble finalement atteindre ici une limite ultime un non plus ultra si du moins elle ne veut pas perdre tout contact avec le terrain de la réalité. » (2000, 43)

risque de la déréalisation de la physique dans l'ontologie du langage qui représente ses objets.

> « Si les mêmes concepts où mots apparaissent par exemple dans deux ensembles différents avec une définition différente de leur rapport et de leurs représentations mathématiques, en quel sens ces concepts représentent-ils la réalité ? » (1971, 116)

Voilà pourquoi, les conclusions futures de la physique sont assez prévisibles, dès lors qu'elles perpétuent leur subordination à la seule mathématisation. Si nous le pouvons, nous rédigerons une deuxième étude sur les inégalités de Bell pour continuer de montrer que le reflet observé entre mathématique et indétermination d'Heisenberg se prolonge entre Bell et d'autres aspects que nous qualifierons maintenant de l'ontologie dévoilée du langage mathématique : la non-localité, la déréalisation par absence de propriété des particules et la non-causalité des événements dans leur survenance. Introduisons ici rapidement la problématique.

La permanence de la violation des inégalités de Bell interpelle plusieurs croyances fondamentales de la science moderne. Elle introduit le hasard non-local, soit le fait qu'apparaissent des événements intrinsèquement non-prévisibles. Une telle situation conteste l'habitude de penser selon des causalités en provenance du passé au profit d'un pur hasard, soit une pure création instantanée. Celle-ci est une conséquence des phénomènes d'intrication témoignant d'une manifestation du hasard en plusieurs endroits, soit un surgissement en dehors de l'espace-temps. L'intrication quantique interpelle donc la continuité des chaines de phénomènes au profit d'une possible causalité non-phénoménale, soit le renoncement à un réalisme scientifique se limitant à l'observation des événements. Hespel résume très bien ce bouleversement majeur des croyances scientifiques de l'ère contemporaine :

> « Il s'agit d'une relation d'un genre nouveau, ni spatiotemporelle ni causale et donc forcément non phénoménale. » (2019, 234)

Or, nous parions que ces inégalités reflètent elles aussi d'autres aspects de l'ontologie des mathématiques liées au fait que l'universalisation du nombre revient à nier toute qualité attributive, tout concept pour lequel son extension induit comme chez Frege le dénombrement des objets éligibles sous un concept. Or, l'attribut qualitatif ou le concept n'ayant pas de consistance arithmétique, il se peut que le monde s'engloutisse dans une ontologie négative, sans rien pour le dénommer. Resterait l'indétermination de la quantité et l'évanescence des nombres et de leurs relations qui vont se refléter dans les trois conclusions de Bell.

6. Conclusions provisoires

L'arithmétique élémentaire existerait-elle sans concepts en dehors des nombres eux-mêmes ? Il faut un concept-propriété pour lequel les éléments sont dénombrables parce qu'identiques. Le physicien préjugera de l'identité des atomes qui ne se distingueraient qu'en vertu de leur localisation ou situation spatio-temporelle. Les objets sont alors énumérables sous le concept. Chacun a pourtant sa valeur numérique élémentaire au titre de l'unité d'œuvre inhérente au concept. Et ces objets ont ensuite un ordinal et cardinal qui n'a plus rien à voir avec leur identité propre, sauf à considérer que le dénombrement traduit une réalité nouvelle consécutive du nombre. Faut-il imaginer que le nombre soit dans l'objet, voire soit l'objet même ? Là est le dilemme.

En effet, ce dénombrement constitue un choix ontologique majeur puisqu'il préjuge qu'il y a un effet d'agrégation quantitative sans interférence avec les objets sous-jacents, alors que les opérations produisent des ensembles numériques qui contredisent la définition initiale du nombre. L'alternative ontologique à la seule agrégation, est que, dans la nature, l'ajout produit une transmutation qualitative, le tableau périodique des éléments de Mendeleïev atteste par exemple du changement de nature chimique à chaque ajout d'un électron ou d'une sous-couche. Il en est de même au fond dans les mathématiques elles-mêmes du fait de l'émergence des ensembles numériques qui s'accumulent avec des propriétés conceptuelles qui s'énoncent en un langage en dehors des nombres eux-mêmes. C'est pourquoi le choix de la seule agrégation est un choix ontologique qui fait fi de l'effet créatif et rétroactif de l'ajout à l'existant et au résultat alors qu'il est à l'œuvre dans les mathématiques elle-même, dans leur création progressive, sans en dériver une spéculation conceptuelle par suspension du raisonnement qualitatif au profit d'un arbitrage quantitatif. Les opérations algébriques fabriquent de nouveaux ensembles numériques qui ont d'autres qualités dont le mathématicien rend compte par des concepts, et non des nombres, car une propriété n'est pas une quantité mais un attribut. Les mathématiques sont bien dans l'entre deux mondes de la quantité et de la qualité, des nombres et des concepts, sans pour autant concéder que ses concepts ouvrent un autre horizon d'une pensée des qualités plus spéculative[60]. L'ontologie cachée, si elle se dévoile, oblige à autre chose que des mathématiques.

En l'état, le risque de la dissolution de la nature jusqu'à professer qu'elle n'est qu'un imaginaire à l'instar des mathématiques est au bout du chemin de la mathématisation du monde, si ce langage est le monde. C'est d'ailleurs la prise de conscience ultime d'Heisenberg :

> « Toute la problématique réapparaît lorsque nous comparons le schéma mathématique à la nature car nous devons bien passer à un moment donné du langage mathématique au langage ordinaire dès lors que nous voulons dire quelque chose au sujet de la nature et après tout parler de la nature est bien le rôle de la science. » (2016, 237)

Références

BITBOL, Michel. 2016. « La mécanique quantique comme théorie essentiellement relationnelle ». *Revue du Mauss*, Editions La Découverte n°47: 65-86.

BOHR, Niels. 1991. *Physique atomique et connaissance humaine*. Paris : Editions Gallimard.

BONIFACE, Jacqueline. 2002. *Les constructions des nombres réels dans le mouvement d'arithmétisation de l'analyse*. Paris : Editions Ellipses.

CASSIRER, Ernst. 1983. *Individu et Cosmos dans la philosophie de la Renaissance*. Paris : Editions de Minuit.

CHATELET, Gilles. 2016. *L'enchantement du virtuel*. Paris : Editions Rue d'Ulm.

CUES, Nicolas de. 2011. *La docte ignorance*. Paris : Editions Payot & Rivages.

[60] Il est intéressant de noter le propos du mathématicien Hamming montrant que Galilée procède plus par un raisonnement spéculatif très scolastique bien plus que par expérience : « Plus il y réfléchissait — et vous pouvez faire cet exercice — plus déraisonnable devenait la question de savoir quand est-ce que deux corps ne font qu'un. Il n'y a tout simplement pas de réponse raisonnable à la question de savoir comment un corps connait son poids — s'il n'est fait que d'un, deux ou plusieurs morceaux. Puisque les corps qui chutes chutent, la seule explication possible est qu'ils tombent tous à la même vitesse, à moins d'être gênés par d'autres forces. Ils ne peuvent pas faire autrement. Il se peut qu'il ait après fait quelques expériences, mais je soupçonne fortement qu'il se soit passé ce que je viens de raconter. J'ai découvert plus tard une histoire semblable dans un livre de Polya. Galilée a découvert sa loi non pas en expérimentant, mais par un exercice de pensée ordinaire, par un raisonnement scolastique. » in *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*, publié dans la revue *American Mathematical Monthly*, Volume 87, Numéro 2 (Février 1980).

COURANT Richard, ROBBINS Herbert. 2015. *Qu'est-ce que les mathématiques*. Paris : Editions Cassini.

COURANT, Richard et BRUNSCHWIG, Jeanne. 1987. « De la très déraisonnable efficacité des mathématiques en physique ». *Raison présente*, n° 84, 4e trimestre, La nouvelle physique abolit-elle le réel ?, 49-63.

DEDEKIND, Richard. 2008. *La création des nombres*. Paris, Libraire Vrin.

DIRAC, Paul. 2009. *Les Principes de la mécanique quantique*. Lausanne : Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.

EINSTEIN, Albert. 1983. *L'évolution des idées scientifiques*. Paris : Editions Flammarion.

FREGE, Gottlob. 1969. *Les fondements de l'arithmétique*. Paris : Editions du Seuil

GALILEE, Galileo. 1980. *L'essayeur*. Paris : Editions Les Belles Lettres, Annales littéraires de l'université de Besançon.

GADAMER, Hans Georg. 1976. *Vérité et méthode*. Paris : Editions du Seuil.

GRIZE, Jean-Blaise. 1998. *Logique naturelle, activité de schématisation et concept de représentation*. *Cahier de praxématique*, n° 31 : 115-125.

GROTHENDIECK, Alexandre. *Récoltes et semailles : réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien*. Paris : Université Paris 13 en ligne.

HAMMING, Richard Wesley. 1980. « La déraisonnable efficacité des mathématiques ». *American Mathematical Monthly*, vol. 87, n° 2 février.

HEISENBERG, Werner Karl. 1971. *Physique et philosophie*. Paris : Editions Albin Michel.

HEISENBERG, Werner Karl. 2016. *La partie et le tout*. Paris : Editions Flammarion.

HESPEL, Bertrand. 2019. « Gödel et Bell, autour de Jean Ladrière », in *La philosophie de la limite chez Jean Ladrière*, 219-249. Louvain : PUL.

HINTIKKA, Jaakko. 2007. *Les principes des mathématiques revisités*. Paris : Librairie Vrin

HUSSERL, Edmond. 1975. *Articles sur la logique*. Paris : PUF.

HUSSERL, Edmond. 1976. *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*. Paris : Editions Gallimard.

LADRIERE, Jean. 1992. *Les limitations internes des formalismes*. Sceaux : Editions Jacques Gabay.

LAMBERT, Dominique. 1999. « L'incroyable efficacité des mathématiques ». *Magazine La Recherche* n° 316.

LAPLACE, Simon de. 1814. *Essai philosophique sur les probabilités*. Paris : Edition Courcier.

LEIBNIZ, Gottfrief Wilhelm. 1972. *Discours de métaphysique*. Paris : Editions Aubier-Montaigne.

LESNIEWSKI, Stanislaw. 1992. *Collected Works*. Dordrecht : Kluwer

LESNIEWSKI, Stanislaw. 1989. *Sur les fondements de la mathématique*. Paris : Hermès.

MERLEAU-PONTY, Maurice. 1969. *La prose du monde,* Paris : Editions Gallimard.

MIEVILLE, Denis. 2019. « Jean Ladrière et la problématique des frontières ». Dans *La philosophie de la limite chez Jean Ladrière.* Louvain : Presses Universitaires de Louvain.

OPPENHEIMER, Julius Robert. 1955. *La science et le bon sens*. Paris : Editions Gallimard.

PATY, Michel. 1990. *L'analyse critique des sciences, ou le tétraède épistémologique*. Paris : Editions L'Harmattan.

PATY, Michel. 2001. « La notion de grandeur et la légitimité de la mathématisation en physique ». Dans *De la science à la philosophie : hommage à Jean Largeault.* Paris : Editions L'Harmattan.

PATRAS, Frédéric. 2001. *La pensée mathématique contemporaine*. Paris : PUF.

PATRAS, Frédéric. 2014. *La possibilité des nombres*. Paris : PUF.

PENROSE, Roger. 1999. *Les deux infinis et l'esprit humain*. Paris : Editions Flammarion.

POINCARE, Henri, 1897, « Les rapports de l'analyse et de la physique mathématique ». *Revue générale des sciences pures et appliquées* 8 : 857-861.

PONTOIZEAU, Pierre-Antoine. 2012. *Penser au-delà des mathématiques*. Paris : Editions Embrasure.

PONTOIZEAU, Pierre-Antoine. 2019. « De l'impossible neutralité axiologique à la pluralité des pratiques ». Dans *Et si la recherche scientifique ne pouvait être neutre ?*. Québec : Edition Science et Bien Commun.

PONTOIZEAU, Pierre-Antoine, « Généalogie et limite de la rhétorique des nombres ». *Argumentum* n°17 (2).

PRIGOGINE, Ilya. 1996. *La fin des certitudes*. Paris : Editions Odile Jacob.

REYMOND, Arnold. 1932. *Les principes de la logique et la critique contemporaine*. Paris : Editions Boivin et Cie.

SALANSKIS, Jean-Michel. 2013. *Philosophie des mathématiques*. Paris : Librairie Vrin.

SCHRÖDINGER, Erwin. 1992. *Physique quantique et représentation du monde*. Paris : Editions du Seuil.

THOM, René. 1990. *Apologie du Logos*. Paris : Editions Hachette.

TILLICH, Paul. 2000. *Théologie systématique* I. Paris : Editions du Cerf.

WHITEHEAD, Alfred North. 1994. *La science et le monde moderne*. Monaco : Editions du Rocher.

WHITEHEAD, Alfred North. 2007. *La fonction de la raison*. Paris : Editions Payot.

WHITEHEAD, Alfred North. 2006. *Le concept de nature*. Paris : Librairie Vrin.

WIGNER, Eugen. 1960. « The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences ». *Communication on Pure and Applied Mathematics* 13: 1-14.